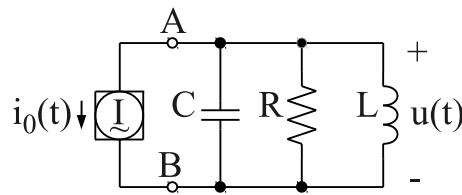


Fullständig lösning till exemplet på föreläsning 7.



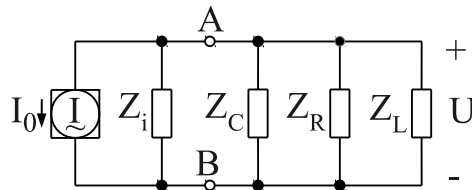
Uppgift:

- Beräkna spänningen $u(t)$.
- Beräkna den aktiva effekten som utvecklas i R samt den reaktiva effekten i L .
- Bestäm R och L så att maximal effektutveckling erhålls i enporten A-B.

$$i_0(t) = 100 \sin(10^3 t + \frac{\pi}{4}) \text{ mA}, Z_i = 100e^{-j\pi/4} \Omega, C = 10 \mu\text{F}, R = 200\Omega, L = 50 \text{ mH}$$

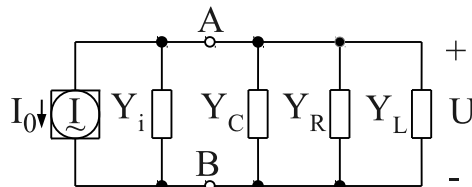
Lösning:

Steg 1: $j\omega$ -metoden ger



$$Z_R = R, Z_C = \frac{1}{j\omega C}, Z_L = j\omega L, I_0 = 0.1 \cdot e^{j\pi/4} \text{ A}$$

En del av uppgiften kommer kräva att total impedans beräknas för de tre parallellkopplade impedanserna. Detta kan vara krångligt om impedanser används, och det är mer effektivt att istället räkna med admittanser. Kom ihåg att $Y = \frac{1}{Z}$. Det nya schemat blir då (endast bytt ut impedanser mot admittanser):



- $U = \frac{-I_0}{Y_{tot}}$ (OBS! Referensriktningarna på I_0 resp. U är sådana att ström går från $-$ till $+$. Därför $-$ tecknet.)

$$I_0 = 100 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j\pi/4} = 0.1 \cdot e^{j\pi/4} \text{ A}$$

$$Y_{tot} = Y_i + Y_C + Y_R + Y_L \text{ (Parallellkopplade admittanser adderas!)}$$

$$Y_i = \frac{1}{Z_i} = \frac{1}{100 \cdot e^{-j\pi/4}} = 10^{-2} \cdot e^{j\pi/4} = 10^{-2}(\cos \frac{\pi}{4} + j \sin \frac{\pi}{4})$$

$$Y_C = \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{\frac{1}{j\omega C}} = j\omega C = j10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = j \cdot 10^{-2}$$

$$Y_R = \frac{1}{Z_R} = \frac{1}{R} = \frac{1}{200} = 0.005$$

$$Y_L = \frac{1}{Z_L} = \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{j \cdot 10^3 \cdot 50 \cdot 10^{-3}} = -0.02j$$

Alltså:

$$\begin{aligned} Y_{tot} &= 10^{-2}(\cos \frac{\pi}{4} + j \sin \frac{\pi}{4}) + j \cdot 10^{-2} + 0.005 - 0.02j = \\ &= 10^{-2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 0.5 + j(\frac{1}{\sqrt{2}} - 1) \right) \end{aligned}$$

Detta ger:

$$\begin{aligned} U &= \frac{-I_0}{Y_{tot}} = \frac{-0.1 \cdot e^{j\pi/4}}{10^{-2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 0.5 + j(\frac{1}{\sqrt{2}} - 1) \right)} = \frac{e^{-j\pi} \cdot 10 \cdot e^{j\pi/4}}{\frac{1}{\sqrt{2}} + 0.5 + j(\frac{1}{\sqrt{2}} - 1)} \approx \\ &\approx \frac{10e^{-j\frac{3\pi}{4}}}{1.242 \cdot e^{-j0.238}} \approx 8.051 \cdot e^{-j2.118} \end{aligned}$$

Observera att $e^{j\pi} = -1$ och att även $e^{-j\pi} = -1$. Här skrivs -1 om som $e^{-j\pi}$ för att argumentet till U ska bli så litet som möjligt till absolutbeloppet.

Slutligen omvandlas den komplexa spänningen U till sökt spänning $u(t)$:

$$u(t) \approx 8.05 \sin(10^3 t - 2.12) \text{ V}$$

Tre värdesiffror används i svaret och enhet sätts ut!

b) Effektberäkningar:

$$\text{Aktiv effekt } P = \frac{U_e^2}{R} = \frac{1}{200} \cdot \left(\frac{8.05}{\sqrt{2}} \right)^2 \approx 0.162 \text{ W}$$

$$\text{Reaktiv effekt } Q = \frac{U_e^2}{\omega L} = \frac{1}{10^3 \cdot 50 \cdot 10^{-3}} \cdot \left(\frac{8.05}{\sqrt{2}} \right)^2 \approx 0.648 \text{ VAR}$$

Observera att effektivvärdet $U_e = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$ samt att enheten för reaktiv effekt är VAR (VoltAmpere-reaktiv).

Reaktansen ωL för en induktans är alltid positiv. (För en kapacitans är reaktansen $-\frac{1}{\omega C}$, dvs. alltid negativ.)

c) Vid anpassning gäller $Y_{Last} = Y_i^*$ (eller $Y_{Last}^* = Y_i$, vilket är samma sak).

Anpassning ska ske med avseende på snittet A-B, dvs. max effektutveckling söks i enporten till höger om snittet A-B. I detta exempel får vi därför:

(Eftersom $Y_i = 10^{-2} \cdot e^{j\pi/4}$ blir $Y_i^* = 10^{-2} \cdot e^{-j\pi/4}$. Dvs. komplexkonjugering innebär teckenbyte på argumentet.)

$$Y_C + Y_R + Y_L = Y_i^* \Rightarrow j\omega C + \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} = Y_i^* \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R} + j \left(10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-6} - \frac{1}{10^3 L} \right) = 10^{-2} \cdot e^{-j\pi/4}$$

Likhet mellan vänster och höger led ger dels att realdelarna ska vara lika dels att imaginärdelarna ska vara lika, dvs.:

$$\frac{1}{R} = 10^{-2} \cos \frac{\pi}{4} \Rightarrow R \approx 141.4 \, \Omega$$

och

$$10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-6} - \frac{1}{10^3 L} = 10^{-2} \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \Rightarrow L \approx 0.0586 \, \text{H}$$

Sammanfattande svar:

a) $u(t) \approx 8.05 \sin(10^3 t - 2.12) \, \text{V}$

b) $P \approx 0.162 \, \text{W}$, $Q \approx 0.648 \, \text{VAr}$

c) $R \approx 141 \, \Omega$, $L \approx 58.6 \, \text{mH}$