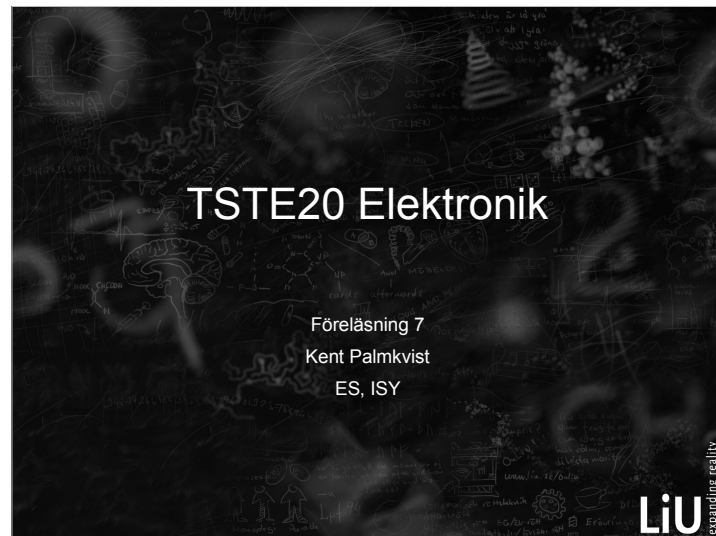




Praktisk info

- Inlämningsuppgift 1 likström
 - Kan hämtas hos Kent (tillsammans med uppgift 2)
- Rättade inlämningsuppgifter hämtas på Kents kontor
 - Må 11.00-11.30, 12.30-13.15
 - To 11.00-11.30, 12.30-13.15 (kan variera lite pga andra möten)

LiU

Praktisk info

- Byte av föreläsare/kursansvarig
 - Mark Vesterbacka kommer ta över efter tentaperioden
- Han har sitt rum bredvid mitt
 - D korridoren, 2:a våningen, mellan ingång 25 och 27
 - Email: markv@isy.liu.se
- Kent fortsätter tills vidare rätta inlämningsuppgifter
 - Inlämning och uthämtning som tidigare
 - Eventuella förändringar kommer annonseras via email till kurslistan

LiU

Praktisk info, forts.

- Löst uppgift
 - Fyll i ett konvolut (återanvänds tills uppgiften godkänd)
 - Konvolut hittas ovanpå den svarta brevlåda som svar lämnas i
 - Svart brevlåda placerad i samma korridor som Kents kontor
 - D-korridoren, 2:a våningen, mellan ingång 25 och 27, nära ingång 25
 - Kolla baksidan på konvolut för checklista
 - Beskriver både vad som ska med och hur göra med kompletteringar
- Deadline Fredag 19/12 kl 15.30.
 - Alla måste vara godkända annars måste alla (nya) uppgifter göras om under 2015
 - Andra kurser under ht 2014! Räkna inte med att ha tid då!
 - Och ni har nog glömt en del så dags.....

LiU

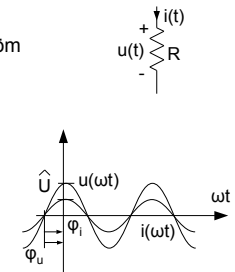
Dagens föreläsning

- Växelström
 - Repetition komponentegenskaper
 - Addition, visardiagram
 - Komplexa metoden
 - Effekt
 - Effektanpassning

LiU

Resistans med växelspänning

- $u(t) = R \cdot i(t)$
- Exakt samma beteende som för likström
- $\hat{U} = R \cdot \hat{I}$
- $\phi_u = \phi_i$

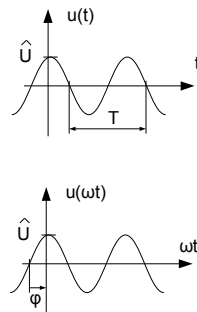


LiU

Matematisk beskrivning

- Sinusformad växelspänning med frekvens f
 - Startat för evigheter sedan, fortsätter för evigt
- $u(t) = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi)$
- Toppvärde $\hat{U}$ [V]
- Frekvens f [Hz] $T = \frac{1}{f}$
- Periodtid T [s]
- Vinkelfrekvens ω [rad/s]

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$
- Fasvinkel φ [rad]
 - Bilden visar positiv fasvinkel!



LiU

Induktans med växelspänning

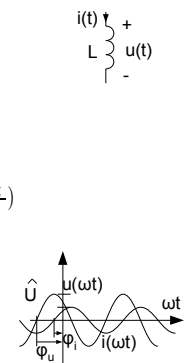
- Spänningen beror på strömförändringen och storlek på induktans (L)

$$u(t) = L \frac{\partial i(t)}{\partial t}$$

$$u(t) = \hat{U} \sin(\omega t + \phi_u) = L \frac{\partial [\hat{I} \sin(\omega t + \phi_i)]}{\partial t} = L \hat{I} \omega \cos(\omega t + \phi_i) = \omega L \hat{I} \sin(\omega t + \phi_i + \frac{\pi}{2})$$

$$\Rightarrow \hat{U} = \omega L \hat{I} \quad \phi_u = \phi_i + \frac{\pi}{2}$$

- Spänningen kommer $\pi/2$ före strömmen



LiU

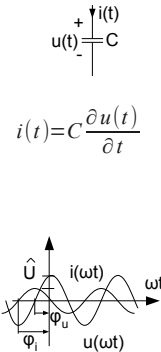
Kapacitans med växelspanning

- Strömmen storlek beroende på spänningsförändring och storlek på C

$$i(t) = C \frac{\partial u(t)}{\partial t}$$

$$i(t) = \hat{I} \sin(\omega t + \phi_i) = C \frac{\partial [\hat{U} \sin(\omega t + \phi_u)]}{\partial t} = \\ = C \hat{U} \omega \cos(\omega t + \phi_u) = \omega C \hat{U} \sin(\omega t + \phi_u + \frac{\pi}{2}) \\ \Rightarrow \hat{I} = \omega C \hat{U} \quad \phi_i = \phi_u + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \phi_u = \phi_i - \frac{\pi}{2}$$

- Strömmen kommer $\pi/2$ före spänningen



LiU

Additioner av spänningar

- För momentanvärden gäller vanliga lagar

- Ohms lag, Kirchoffs ström och spänningslagar

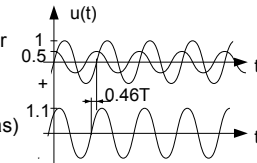
- Exempel addition av spänningar (olika fas)

$$u_1(t) = 1 \sin(\omega t)$$

$$u_2(t) = 0.5 \sin(\omega t + \pi/2)$$

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) = // \text{ekvationerna 2.33 - 2.35 i boken} // = \\ = 1.11 \sin(\omega t + 0.46)$$

- Måste ta hänsyn till fasvinkel!
- Summering av strömmar och spänningar ger sinusformade resultat med samma frekvens men annan amplitud och fas



LiU

Komponentegenskaper

- Resistans

$$u(t) = R i(t)$$



Resistans

$$\hat{U} = R \hat{I}$$

$$\phi_u = \phi_i$$

- Kapacitans

$$i(t) = C \frac{\partial u(t)}{\partial t}$$



Likströmmässigt beteende

avbrott

Växelströmmässigt beteende

$$\hat{U} = \frac{1}{\omega C} \hat{I}$$

$$\phi_u = \phi_i - \frac{\pi}{2}$$

- Induktans

$$u(t) = L \frac{\partial i(t)}{\partial t}$$



kortslutning

$$\hat{U} = \omega L \hat{I}$$

$$\phi_u = \phi_i + \frac{\pi}{2}$$

LiU

Visardiagram för beräkning

- Tag ögonblicksbild vid $t = 0$

- Rita varje storhet som visare toppvärdet som längd och med fasvinkel

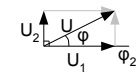
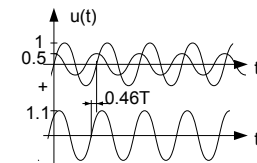
- Inte $u(t)$ längre!

- Lägg ihop vektorerna grafiskt

- Parallellförflytta och summera

- Resultatvektor visar summaspänningen

- Amplitud och vinkeln



$$u_1(t) = 1 \sin(\omega t)$$

$$u_2(t) = 0.5 \sin(\omega t + \pi/2)$$

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) = 1.11 \sin(\omega t + 0.46)$$

LiU

Visardiagram för olika komponenter

- Resistor
 - Fasvinkel 0, samma riktning på ström och spänning
 - Längder på visarna följer ohms lag $U = R I$
- Kapacitans
 - Ström $\pi/2$ före spänning
 - Längder följer uttrycket $U = 1/(\omega C) I$
- Induktans
 - Ström $\pi/2$ efter spänning
 - Längder följer uttrycket $U = \omega L I$



LiU

Visardiagram som komplexa tal

- Polär form motsvarar visare (längd + vinkel)

- Beskriv varje storhet som komplext tal

$$U_1 = \hat{U}_1 e^{j\phi_{u1}} = \hat{U}_1 \cos(\phi_{u1}) + j \hat{U}_1 \sin(\phi_{u1})$$

$$U_2 = \hat{U}_2 e^{j\phi_{u2}} = \hat{U}_2 \cos(\phi_{u2}) + j \hat{U}_2 \sin(\phi_{u2})$$

- Byter komplexa enheten i till j ($j^2 = -1$)

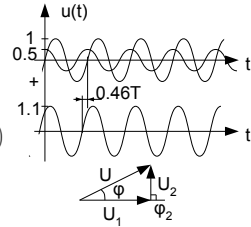
- Undvik därmed sammanblanding med ström i

$$U = U_1 + U_2 =$$

$$= \hat{U}_1 \cos(\phi_1) + \hat{U}_2 \cos(\phi_2) + j(\hat{U}_1 \sin(\phi_1) + \hat{U}_2 \sin(\phi_2)) = \hat{U} e^{j\phi}$$

$$U = \sqrt{(\hat{U}_1 \cos \phi_1 + \hat{U}_2 \cos \phi_2)^2 + (\hat{U}_1 \sin \phi_1 + \hat{U}_2 \sin \phi_2)^2}$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{\hat{U}_1 \sin \phi_1 + \hat{U}_2 \sin \phi_2}{\hat{U}_1 \cos \phi_1 + \hat{U}_2 \cos \phi_2}\right) \pm \pi \quad \leftarrow \text{OBS!!}$$

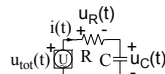


LiU

Visardiagram, exempel

- Spänningskälla seriekopplad med resistor och kapacitans, spänning $u_{\text{tot}} = U_{\text{tot}} \sin(\omega t + \pi/2)$

- Sökt: strömmen $i(t) = I \sin(\omega t + \phi)$ ur strömkällan
- Samma ström genom båda resistor och kapacitans



- Spänning i fas för resistor

- Vektor med längd $U_R = I R$, samma riktning som strömmen



- Spänningen fasförskjuten för kapacitans

- $u_C(t) = I / (\omega C) \cos(\omega t + \phi) = I / (\omega C) \sin(\omega t + \phi + \pi/2)$

- Vektor med längd $I / (\omega C)$ riktad $-\pi/2$ mot I

- Summan av spänningarna ska vara lika med spänningen u_{tot}

- Beskriv som vektorsummering, hitta storlek och riktning på I

LiU

Komponentbeskrivning

$$i(t) = \hat{I} \sin(\omega t + \phi_i) \Rightarrow I = \hat{I} e^{j\phi_i}$$

$$u(t) = \hat{U} \sin(\omega t + \phi_u) \Rightarrow U = \hat{U} e^{j\phi_u}$$



$$\hat{U} = R \hat{I}$$

$$\phi_u = \phi_i$$

$$U = \hat{U} e^{j\phi_u} = R \hat{I} e^{j\phi_i}$$

$$U = R I$$



$$\hat{U} = \frac{1}{\omega C} \hat{I}$$

$$\phi_u = \phi_i - \frac{\pi}{2}$$

$$U = \hat{U} e^{j\phi_u} = \frac{1}{\omega C} \hat{I} e^{j(\phi_i - \frac{\pi}{2})} = \frac{1}{\omega C} \hat{I} e^{j\phi_i} e^{-j\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{\omega C} \hat{I} e^{j\phi_i} \frac{1}{j}$$

$$U = \frac{1}{j \omega C} I$$



$$\hat{U} = \omega L \hat{I}$$

$$\phi_u = \phi_i + \frac{\pi}{2}$$

$$U = \hat{U} e^{j\phi_u} = \omega L \hat{I} e^{j(\phi_i + \frac{\pi}{2})} = j \omega L \hat{I} e^{j\phi_i}$$

$$U = j \omega L I$$

LiU

Generell komponent: komplex impedans

- Beskriv impedans som kan vara resistans, kapacitans eller induktans

$$U = Z I$$

$$Z_R = R$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

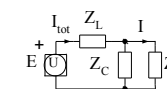
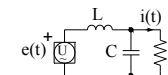
$$Z_L = j\omega L$$



LiU

Exempel jω metoden

- Sökt
 - Strömmen $i(t)$ genom resistansen R
- Givet
 - $e(t) = 10 \sin(1000t) \text{ V}$ (1000 rad/s = 160 Hz)
 - $R = 2 \text{ k}\Omega$
 - $L = 2 \text{ H}$
 - $C = 0.5 \text{ }\mu\text{F}$
- Använd jω metoden
 - Rita komplex-schema
 - Ersätt komponenter och storheter
 - Identifiera $\omega = 1000 \text{ rad/s}$



LiU

jω-metoden

- Byt till komplex domän
 - Erätt sinusstorheter med komplexa storheter
 - $e(t) = \hat{E} \sin(\omega t + \phi) \Rightarrow E = \hat{E} e^{j\phi}$
 - Ersätt nätelement R , L och C med komplexa impedanser
 - $Z_R = R$, $Z_L = j\omega L$, $Z_C = 1/(j\omega C)$
- Räkna med komplexa strömmar och spänningar som om det vore likström
 - Komplexa ström och spänningskällor som likström och likspänningskällor
 - Komplexa impedanser som om de vore resistanser
- Omvandla beräknad komplex storhet till tidsuttryck
 - $I = |I| e^{j \arg I} \Rightarrow i(t) = |I| \sin(\omega t + \arg I)$

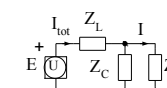
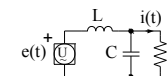
LiU

Exempel jω metoden, forts.

- Komplexa storheter och element
 - $E = 10 \text{ V}$, $Z_R = R$, $Z_L = j\omega L$, $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$
- Komplexdomän: beräkna som om kretsen vore likström

$$I_{\text{tot}} = \frac{E}{Z_L + Z_C \parallel Z_R} = \frac{E}{j\omega L + \frac{\frac{1}{j\omega C} R}{\frac{1}{j\omega C} + R}}$$

$$I = I_{\text{tot}} \frac{Z_C}{Z_R + Z_C}$$



LiU

Exempel jw metoden, forts.

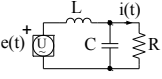
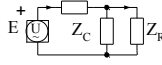
$$I = I_{tot} \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} = \left(\frac{E}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + R} \right) \left(\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \right) =$$

$$= \frac{E}{j\omega L + \frac{R}{1 + j\omega C R}} \left(\frac{1}{j\omega C R + 1} \right) = \frac{E}{j\omega L + \frac{R}{1 + j\omega C R}} =$$

$$= \frac{E}{R - \omega^2 L R C + j\omega L} = \frac{10}{2 \cdot 10^3 - 10^3 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 0.5 \cdot 10^{-6} + j 10^3 \cdot 1} =$$

$$= 10 / 10^3 + j 10^3 = \frac{10}{\sqrt{10^6 + 10^6} e^{j \arctan 1}} \approx 7.07 \cdot 10^{-3} e^{-j\pi/4}$$

Översätt till tidsdomän: $i(t) = 7.07 \sin(10^3 t - \pi/4)$ mA

LiU

21

Effekt

- Sedan tidigare: Likström (aktiv effekt)

$$P = U I = R I^2 = \frac{U^2}{R}$$



- Växelström

- Momentan effekt $p(t) = u(t)i(t) = R i^2(t)$
- Medelvärde hos effekt

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T R \hat{I}^2 \sin^2(\omega t) dt =$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T \frac{R \hat{I}^2}{2} (1 - \cos(2\omega t)) dt = R \frac{\hat{I}^2}{2} = R \left(\frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \right)^2 = R I_e^2$$



LiU

22

Komplexa storheter

- Impedans Z

$$Z = \frac{V}{I} = R + jX$$
 - R och X i serie!
 - $R = \text{resistans}$
 - $X = \text{reaktans}$
 - $X = \omega L$ för induktans
 - $X = -\frac{1}{\omega C}$ för kapacitans

- Admitans Y

$$Y = \frac{1}{Z} = G + jB$$
 - $G = \text{konduktans}$
 - $B = \text{susceptans}$
$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + X^2} + j \frac{-X}{R^2 + X^2}$$

Jfr likström: $G = 1/R$

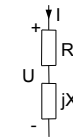
LiU

23

Effekt, fortsättning

- $I_e = \text{effektivvärde}$

$$I_e = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$$



- Effekt i generell impedans

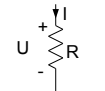
- $Z = R + jX$
- Momentan effekt $p(t) = u(t)i(t)$
- Aktiv effekt $P = R I_e^2$ Watt [W]
- Reaktiv effekt $Q = X I_e^2$ VoltAmpere-reaktiv [VAr]
- Komplex effekt $S = P + jQ$ Watt [W]
- Skenbar effekt $P_s = U_e I_e$ VoltAmpere [VA]

OBS! $P \neq U_e^2/R$ och $Q \neq U_e^2/X$
då $U_e = U_R + U_X$!

LiU

24

Komponentbeskrivning



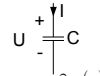
$$u(t) = R i(t)$$

$$\hat{U} = R \hat{I}$$

$$\phi_u = \phi_i$$

$$U = R I$$

$$P = R I_e^2$$



$$i(t) = C \frac{\partial u(t)}{\partial t}$$

$$\hat{I} = \frac{1}{\omega C} \hat{U}$$

$$\phi_u = \phi_i - \frac{\pi}{2}$$

Likström: avbrott

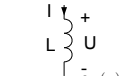
$$U = \frac{1}{j\omega C} I$$

$$X = -\frac{1}{\omega C}$$

$$Q = X I_e^2$$

$$i(t) = \hat{I} \sin(\omega t + \phi_i) \Rightarrow I = \hat{I} e^{j\phi_i}$$

$$u(t) = \hat{U} \sin(\omega t + \phi_u) \Rightarrow U = \hat{U} e^{j\phi_u}$$



$$u(t) = L \frac{\partial i(t)}{\partial t}$$

$$\hat{U} = \omega L \hat{I}$$

$$\phi_u = \phi_i + \frac{\pi}{2}$$

Likström: kortslutning

$$U = j\omega L I$$

$$X = \omega L$$

$$Q = X I_e^2$$

Reaktiva element

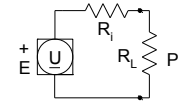
LiU

Effektanpassning (få ut maximal effekt)

▪ Likströmsfallet

- $P_{\max}$ när $R_L = R_i$

$$P = R_L I^2 = \frac{R_L E^2}{(R_i + R_L)^2}$$

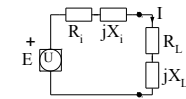


▪ Växelströmsfallet

- Källa $E = E_e e^{j\phi}$

▪ Aktiv effekt

$$P = R_L I_e^2 = R_L \left| \frac{E}{R_i + jX_i + R_L + jX_L} \right|^2 = \frac{R_L E_e^2}{(R_i + R_L)^2 + (X_i + X_L)^2}$$



- Om $X_i = -X_L$

$$P = \frac{R_L E_e^2}{(R_i + R_L)^2}$$

Samma som likström! $R_i = R_L$ ger max!

LiU

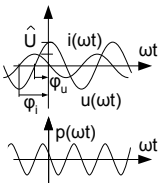
Effekt, forts.

▪ Reaktiv effekt

$$\text{Induktans } X = \omega L \Rightarrow Q = \omega L I_e^2 > 0$$

$$\text{Kapacitans } X = -\frac{1}{\omega C} \Rightarrow Q = -\frac{1}{\omega C} I_e^2 < 0$$

- Induktans förbrukar reaktiv effekt (Q positiv)
- Kapacitans genererar reaktiv effekt (Q negativ)
- Reaktiv effekt blir inte värme!



- Reaktiv effekt ger ström, och eventuell resistans i ledningar i och till den reaktiva komponenten (L, C) ger upphov till aktiv effekt (värme)!
- Eventuella säkringar kan gå sönder även om aktiv effekt mindre än utvecklad aktiv effekt / spänningens effektivvärde

LiU

Effektanpassning, generellt

- Anpassning ($P_{\max}$) om $Z_L = Z_i^*$ (konjugat)

$$R_L + jX_L = R_i - jX_i$$

- Kräver att både resistiv och reaktiv del kan justeras oberoende av varandra

- Anpassning om X_L kopplad mot R_L (konstant vinkel)

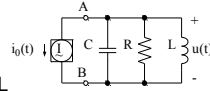
$$|Z_L| \text{ kan ändras}$$

$$P_{\max} \text{ när } |Z_L| = |Z_i|$$

LiU

Exempel på beräkning (liknande inlämningsuppgift 2)

- Beräkna spänningen $u(t)$
- Beräkna den aktiva effekten som utvecklas i R samt den reaktiva effekten i L
- Bestäm R och L så att maximal effektutveckling erhålls i enporten A-B



- Givet:

$$i_0(t) = 100 \sin\left(10^3 t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ mA}, \quad Z_i = 100 e^{-j\pi/4} \Omega$$

$$C = 10 \mu\text{F}, \quad R = 200 \Omega, \quad L = 50 \text{ mH}$$
- Fullständig lösning finnas på webben som separat dokument

LiU

Exempel på beräkning, forts.

- $j\omega$ -metoden
- Komplexschema (glöm inte inre resistans)
- Beräkna total impedans eller admitans
 - Här: parallellkoppling, enklast hanterad mha admitans
- Beräkna ström/spänning
- Konvertera tillbaka till tidsdomän
- Anpassning: Två olika variabler
- Beskriv Z_i och Z_L båda på formen $A + jB$. $Z_L = Z_i^*$ Dvs realdelarna lika, imaginärdelar samma men olika tecken.

LiU