

Digitalteknik

Lösningar till valda övningsuppgifter

Michael Josefsson

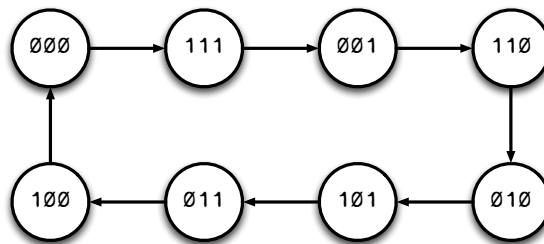
Version 0.1a

5.5

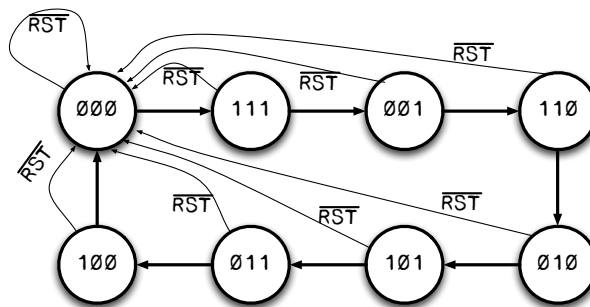
En sekvensgenerator S_{gen07} skall gå genom tillstånden $Q = \{0, 7, 1, 6, 2, 5, 3, 4, 0, \dots\}$.
 Generatoren skall ha en synkron *reset*-signal, \overline{RST} som nollställer den, dvs återför den till tillståndet $Q = 0$. Utsignalerna är tillstånden.

Lösning:

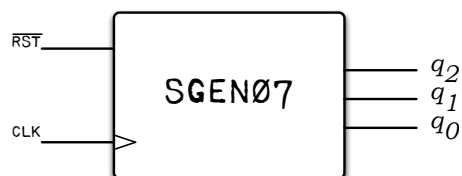
Då sekvensen är 8 tillstånd lång kan tillståndet utgöras av 3 bitar, sätt alltså $Q = \{q_2q_1q_0\}$. Tillståndsgrafan för sekvensen kan sedan ritas:



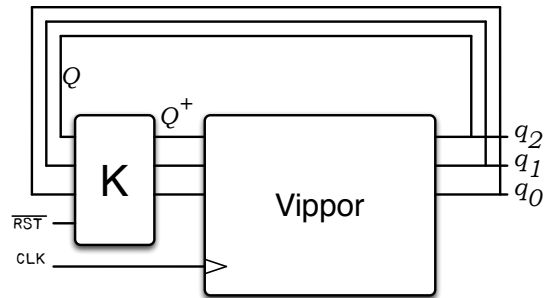
En synkron *reset*-signal läggs till:



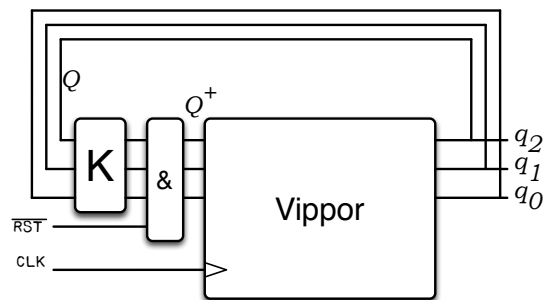
Generatoren kan alltså ses som en klockad enhet med insignalen \overline{RST} :



Då utsignalerna är tillståndet har vi med en *Moore*-maskin att göra, $Q^+ = f(Q)$.
 För att beräkna nästa tillstånd Q^+ behövs nuvarande tillstånd Q och \overline{RST} dvs $Q^+ = f(Q, \overline{RST})$



Men vi ser att \overline{RST} i någon mening är *global* varför vi kan förenkla lösningen med denna uppdelning:



Motsvarande ekvationer kan tecknas $Q^+ = \overline{RST} \cdot f_2(Q)$ eller komponentvis

$$\begin{cases} q_2^+ = \overline{RST} \cdot f_2(q_2q_1q_0) \\ q_1^+ = \overline{RST} \cdot f_1(q_2q_1q_0) \\ q_0^+ = \overline{RST} \cdot f_0(q_2q_1q_0) \end{cases}$$

Med denna observation fortsätter vi med att hitta ekvationer för q_i^+ .¹

Tillståndstabellen blir enligt första tillståndsdiagrammet ovan:

$q_2q_1q_0$	$q_2^+q_1^+q_0^+$
0 0 0	1 1 1
0 0 1	1 1 0
0 1 0	1 0 1
0 1 1	1 0 0
1 0 0	0 0 0
1 0 1	0 1 1
1 1 0	0 1 0
1 1 1	0 0 1

¹Den alternativa lösningen är såklart också möjlig men då måste alla signaler \overline{RST}, Q utgöra insignaler till det följande minimeringssteget. \overline{RST} blir en signal som letar sig in i uttrycken på ett sätt som kan göra, även de minimerade, uttrycken större. Prova även denna lösning!

Minimeringssteget sker med karnaugh-diagram (KD) som vanligt. Ibland kan man tjäna på en inledande visuell inspektion av tabellen och i tabellen ovan ser man direkt att $q_2^+ = \overline{q_2}$. Det besparar oss ett KD. De övriga skrivs

		q_1q_0			
		00	01	11	10
q_2	0	1	1	0	0
	1	0	1	0	1

q_1^+

		q_1q_0			
		00	01	11	10
q_2	0	1	0	0	1
	1	0	1	1	0

q_0^+

Där man ringar som vanligt och slutligen får ekvationerna:

$$\begin{cases} q_2^+ &= \overline{RST} \cdot \overline{q_2} \\ q_1^+ &= \overline{RST} \cdot (\overline{q_2} \overline{q_1} + \overline{q_1} q_0 + q_2 q_1 \overline{q_0}) \\ q_0^+ &= \overline{RST} \cdot (\overline{q_2} \overline{q_0} + q_2 q_0) \end{cases}$$

Man kan lätt se att då signalen \overline{RST} är *aktiv*, dvs **låg**, blir

$$q_i^+ = 0 \cdot f(q_2q_1q_0) = 0$$

medan då signalen \overline{RST} är *inaktiv*, dvs **hög**, blir

$$q_i^+ = 1 \cdot f(q_2q_1q_0) = f(q_2q_1q_0)$$

som specificerats i uppgiften.

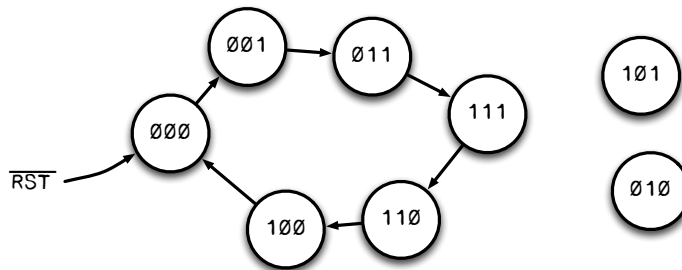
5.6

En sekvensgenerator S_{gen04} skall gå genom tillstånden $Q = \{0, 1, 3, 7, 6, 4, 0, \dots\}$. Generatoren skall ha en synkron *reset*-signal, \overline{RST} , som nollställer den, dvs återför den till tillståndet $Q = 0$. Dessutom skall den ha en *enable*-signal, E , som styr sekvensgenereringen: $E = 1$ tillåter stegning och om $E = 0$ står sekvensen till. Utsignalerna är tillstånden.

Lösning:

Den kompletta tillståndsgrafan innehåller, förutom sekvensen, också \overline{RST} och E . Från 5.5 ovan kan vi hantera \overline{RST} utan att blanda in den i tillståndsgrafan. På liknande sätt kan *enable*-signalen hanteras med lite eftertanke efter att tillståndsekvationerna för sekvensen beräknats.

Alltså först sekvensen. Det behövs tre bitar $q_2q_1q_0$ för att representera tillståndet Q :



Tillståndstabell och KD fås till:

$q_2q_1q_0$	$q_2^+q_1^+q_0^+$
0 0 0	0 0 1
0 0 1	0 1 1
0 1 0	- - -
0 1 1	1 1 1
1 0 0	0 0 0
1 0 1	- - -
1 1 0	1 0 0
1 1 1	1 1 0

		q_1q_0			
		00	01	11	10
q_2	0	0	0	1	-
	1	0	-	1	1

q_2^+

		q_1q_0			
		00	01	11	10
q_2	0	0	1	1	-
	1	0	-	1	0

q_1^+

		$q_1 q_0$			
		00	01	11	10
q_2	0	1	1	1	-
	1	0	-	0	0

$$q_0^+$$

Varur man slutligen får ekvationerna:

$$\begin{cases} q_2^+ = q_1 \\ q_1^+ = q_0 \\ q_0^+ = \overline{q_2} \end{cases}$$

Med ledning av **5.5** kan vi enkelt införa både \overline{RST} och E . E avgör om nästa tillstånd skall vara enligt ekvationerna ovan eller om nästa tillstånd skall vara samma tillstånd, dvs med E vill vi kunna växla mellan

$$\begin{cases} q_2^+ = q_1 \\ q_1^+ = q_0 \\ q_0^+ = \overline{q_2} \end{cases} \text{ (stega), och } \begin{cases} q_2^+ = q_2 \\ q_1^+ = q_1 \\ q_0^+ = q_0 \end{cases} \text{ (stå still)}$$

Logik för att åstadkomma detta ges av ekvationerna

$$\begin{cases} q_2^+ = E \cdot q_1 + \overline{E} \cdot q_2 \\ q_1^+ = E \cdot q_0 + \overline{E} \cdot q_1 \\ q_0^+ = E \cdot \overline{q_2} + \overline{E} \cdot q_0 \end{cases}$$

ty då $E = 1$ är $\overline{E} = \overline{1} = 0$ och så vidare. Avslutningsvis kan vi lägga till den globala reset-signalen \overline{RST} på samma sätt som tidigare:

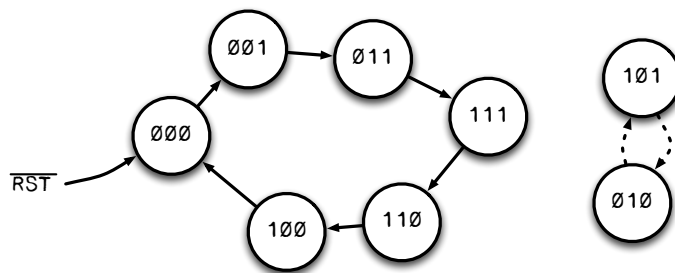
$$\begin{cases} q_2^+ = \overline{RST} \cdot (E \cdot q_1 + \overline{E} \cdot q_2) \\ q_1^+ = \overline{RST} \cdot (E \cdot q_0 + \overline{E} \cdot q_1) \\ q_0^+ = \overline{RST} \cdot (E \cdot \overline{q_2} + \overline{E} \cdot q_0) \end{cases}$$

Ur dessa ekvationer kan nu schemat ritas.

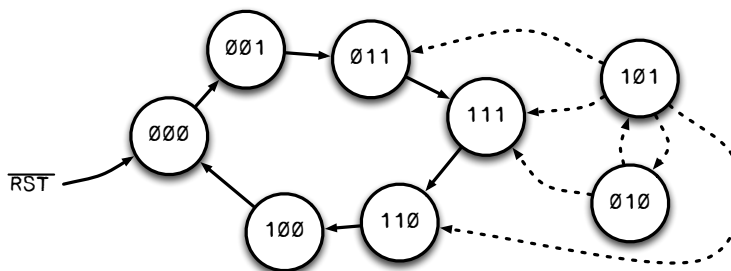
Not: Vid inringningen utnyttjades *don't cares*, DC. Detta steg betyder att tillstånden 2 och 5 (010 och 101) med de använda inringningarna faktiskt påtvingats ett beteende. Genom att gå baklänges från KD till tillståndsgraf får man att några DC blivit 1:or på grund av inringningarna. De DC som inte ringats blir av samma skäl 0:or

$q_2 q_1 q_0$	$q_2^+ q_1^+ q_0^+$
0 0 0	0 0 1
0 0 1	0 1 1
0 1 0	1 0 1
0 1 1	1 1 1
1 0 0	0 0 0
1 0 1	0 1 0
1 1 0	1 0 0
1 1 1	1 1 0

Tillståndet 010 kan nu gå till 101 och tillståndet 101 till 010 som nästa tillstånd:



Med korrekt utförd *reset* på sekvensnätet kan dock här aldrig tillstånden 2 och 5 bli aktuella. Skulle likväl dessa tillstånd nås kan flödet, med extra ringningar, styras enligt några av bågarna i grafen nedan.



Där man får välja de bågarna som lämnar tillstånden med enklast logik samt undvika de patologiska övergångarna ...010→101→010...

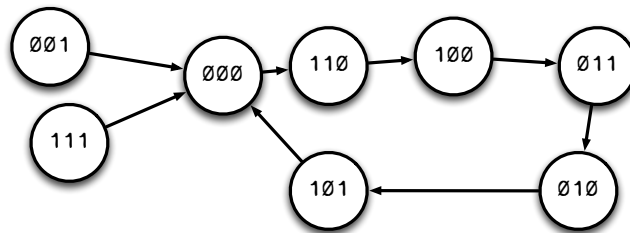
5.7

En sekvensgenerator *Sgen05* skall gå genom tillstånden $Q = \{0, 6, 4, 3, 2, 5, 0, \dots\}$. Icke använda tillstånd skall gå till $Q = 0$. Utsignalerna är tillstånden.

- Bestäm booleska ekvationer för *Sgen05*.
- Komplettera *Sgen05* med en *enable*-signal, E , och en signal *set6* som tvingar nästa tillstånd till 6 oberoende av *enable*-signalen. *set6* skall alltså trumfa *enable*.

Lösning:

För **a)** blir tillståndsgraf som vanligt, med icke-använda tillstånd tillagda:



Tillståndstabell:

$q_2 q_1 q_0$	$q_2^+ q_1^+ q_0^+$
0 0 0	1 1 0
0 0 1	0 0 0
0 1 0	1 0 1
0 1 1	0 1 0
1 0 0	0 1 1
1 0 1	0 0 0
1 1 0	1 0 0
1 1 1	0 0 0

Ekvationer:

$$\begin{cases} q_2^+ &= \overline{q_2} \overline{q_0} + q_1 \overline{q_0} \\ q_1^+ &= \overline{q_1} \overline{q_0} + \overline{q_2} q_1 q_0 \\ q_0^+ &= q_2 \overline{q_1} \overline{q_0} + \overline{q_2} q_1 \overline{q_0} \end{cases}$$

För **b)** måste ekvationerna ovan modifieras så att en *enable*-signal kan starta/stoppa sekvensen och *set6* tvingar nästa tillstånd att bli $\{q_2 q_1 q_0\} = 110$ oavsett tidigare värden på $\{q_2 q_1 q_0\}$.

Start/stopp införs som tidigare med *enable*-signalen E :

$$\begin{cases} q_2^+ &= E \cdot (\overline{q_2} \overline{q_0} + q_1 \overline{q_0}) & + \overline{E} \cdot q_2 \\ q_1^+ &= E \cdot (\overline{q_1} \overline{q_0} + \overline{q_2} q_1 q_0) & + \overline{E} \cdot q_1 \\ q_0^+ &= E \cdot (q_2 \overline{q_1} \overline{q_0} + \overline{q_2} q_1 \overline{q_0}) & + \overline{E} \cdot q_0 \end{cases}$$

Med axiomen $x + 1 = 1$ respektive $x \cdot 0 = 0$ läggs sedan *set6* till:

$$\begin{cases} q_2^+ &= E \cdot (\overline{q_2} \overline{q_0} + q_1 \overline{q_0}) & + \overline{E} \cdot q_2 & + \overline{set6} \\ q_1^+ &= E \cdot (\overline{q_1} \overline{q_0} + \overline{q_2} q_1 q_0) & + \overline{E} \cdot q_1 & + \overline{set6} \\ q_0^+ &= (E \cdot (q_2 \overline{q_1} \overline{q_0} + \overline{q_2} q_1 \overline{q_0}) & + \overline{E} \cdot q_0) & \cdot \overline{set6} \end{cases}$$

\-oo-Ö-oo-/