Lektionsuppgifter om kombinationskretsar

Uppgift 1. Konstruera en kombinationskrets för funktionen $y = f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum(0, 6, 8, 12, 13, 14)$ med en multiplexer 4-1, inverterare, AND- och OR-grindar.

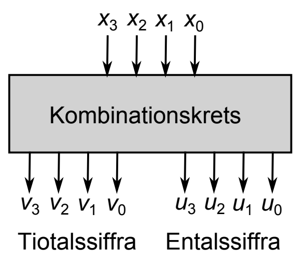
a) Låt x_1 och x_0 kopplas in i multiplexerns adressingångar där x_1 är MSB. Realisera kretsen.

b) Går det att välja signalerna till multiplexerns adressingångarna på något annat vis som ger en realisering av funktionen med färre inverterare och grindar.

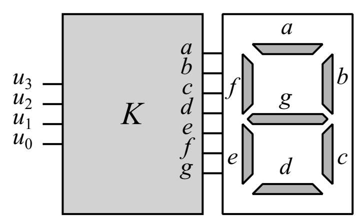
Uppgift 2. Ett kombinatoriskt nät ska konstrueras enligt figuren där $x = (x_3, x_2, x_1, x_0)$, $u = (u_3, u_2, u_1, u_0)$ och $v = (v_3, v_2, v_1, v_0)$ är decimala siffror 0-9 i BCD-kod. Kretsen ska kvadrera insignalen x så att utsignalerna v och u är kvadratens tiotal respektive ental, dvs följande likhet skall gälla

$$10v + u = x^2$$

Till exempel om $x = 0110$, dvs siffran 6, så skall utsignalen blir $6^2 = 36$. Detta innebär att $v = 0011$, dvs siffran 3, och $u = 0110$, dvs siffran 6. Konstruera det nät som genererar u med ett minimalt AND-OR nät. Inverterare får även användas. Observera att v inte behövs realiseras i uppgiften.



Uppgift 3. Figur 1 visar en 7-segmentsdisplay och en kombinationskrets K. 7-segmentsdisplayen ska visa det BCD-kodade tal $u = (u_3, u_2, u_1, u_0)$ som finns på kretsens ingångar. Figur 2 visar hur siffrorna ska se ut på displayen. Ett segment tänds när motsvarande signal är 1. Konstruera med hjälp av NAND-grindar ett nät för utsignalerna f och g (övriga utsignaler behöver inte beaktas). Insignalernas inverser är tillgängliga. Använd så få grindar som möjligt under förutsättning att grinddjupet maximalt ska vara två. Observera att displayen får visa vad som helst om u inte är en giltig BCD-kod och att NAND-grindarna får ha ett godtyckligt antal ingångar.



Figur 1: En 7-segmentsdisplay som styrs av en kombinationskrets K.

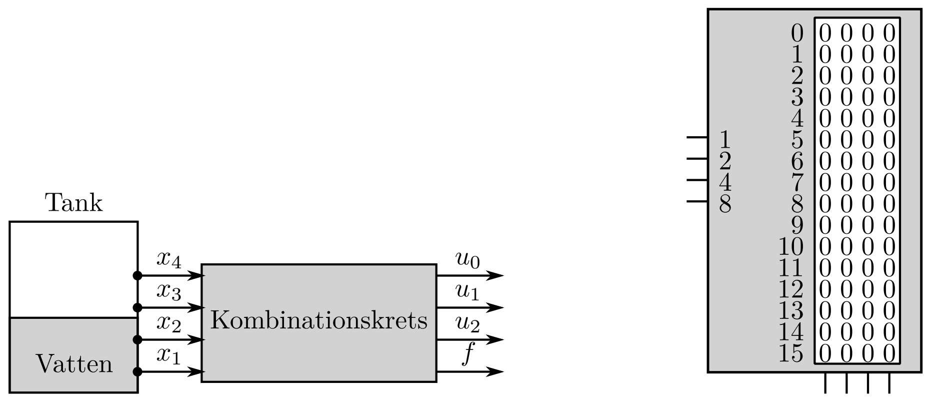
Figur 2: Font för 7-segmentssiffror.

Uppgift 4. Uppgiften är baserad på uppgift 4.8 i Hemert. Figur 3a visar en tank med 4 nivågivare $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$. Givarna ger ut $x_i = 1$ om och endast om de täcks av vatten. Konstruera en kombinationskrets som tar x som insignal och anger nivån i tanken som ett binärt tal $u = (u_2, u_1, u_0)$ där u_0 är minst signifikant bit. Utsignal f är en felsignal som ska sättas till 1 om och endast om värdet på x är orimligt. I fallet att x har ett orimligt värde så spelar det ingen roll vad värdet på u blir.

Några exempel:

$$
\begin{aligned}
x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0 \qquad & \Rightarrow u = 000, f = 0 \\
x_1 = x_2 = x_3 = 1, x_4 = 0 \qquad & \Rightarrow u = 011, f = 0 \\
x_1 = x_3 = 1, x_2 = x_4 = 0 \qquad & \Rightarrow u = \text{don't care}, f = 1
\end{aligned}
$$

Konstruera kombinationskretsen med hjälp av minnet som visas i figur 3b av PROM-typ.

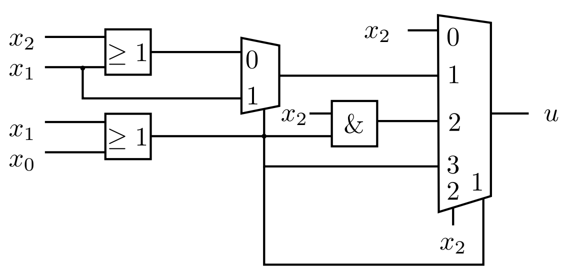


(a) En tank med nivågivare kopplade till en kombinationskrets.

(b) Minne.

Figur 3: Illustrationer till uppgift 4.

Uppgift 5. En ingenjör med lite kunskap om elektronik har implementerat kretsen i figur 4. Hjälp hen att förenkla kretsen så att funktionen är densamma men antalet grindar minimeras och multiplexrar undviks.



Figur 4: Krets som ska förenklas.

Uppgift 6. Betrakta följande funktionstabell:

Insignaler			Utsignal
x_2	x_1	x_0	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

a) Beräkna ett minimalt uttryck på SP-form för funktionen f.

b) Rita motsvarande krets.

c) Går det att implementera funktionen f med en 2-ingångars multiplexer? Om det är möjligt, visa hur. Om det inte går, förklara varför.

Uppgift 7. Betrakta följande funktionstabell:

Insignaler			Utsignaler	
x_2	x_1	x_0	f	g
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	1	0	0

a) Beräkna ett minimalt uttryck på SP-form för funktionen f.

b) Beräkna ett minimalt uttryck på SP-form för funktionen g.

c) Rita kretsschemat för en krets som beräknar antingen f eller g beroende på en styrsignal s. Kretsens utsignal u definiers som

$$u = \begin{cases} f & \text{när } s = 0 \\ g & \text{när } s = 1 \end{cases}$$

Realisera funktionerna f respektive g med AND-OR-nät. Använd en multiplexer för att välja funktion och generera utsignalen u.

d) Designa ett minimalt AND-OR nät för funktionen u med insignalerna s, x_2, x_1 och x_0. Jämför lösningen med lösningen i (c)-uppgiften.

Facit

Uppgift 1.

a) Då x_1x_0 kopplas in till adressingångarna erhålls:

adress x_1x_0	data ut y
00	$y = (x_3'x_2)' = x_3 + x_2'$
01	$y = x_3x_2$
10	$y = x_2$
11	$y = 0$

vilket ger en åtgång på en AND-grind, en OR-grind samt en inverterare.

b) Om x_2x_1 kopplas till adressingångarna erhålls:

adress x_2x_1	data ut y
00	$y = x_0'$
01	$y = 0$
10	$y = x_3$
11	$y = x_0'$

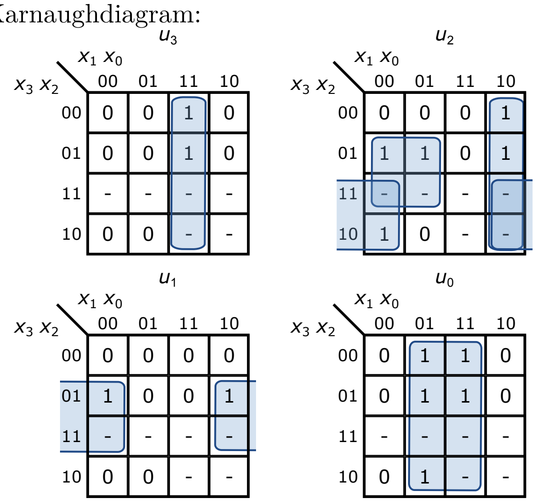
vilket ger en åtgång på endast en inverterare.

Uppgift 2. Funktionstabell, Karnaughdiagram samt Booleska uttryck för entalssiffran u:

Funktionstabell:

$x_3x_2x_1x_0$	$u_3u_2u_1u_0$
0000	0000
0001	0001
0010	0100
0011	1001
0100	0110
0101	0101
0110	0110
0111	1001
1000	0100
1001	0001
för övrigt	—

Karnaughdiagram:



Uttrycken blir

$$
\begin{aligned}
u_3 &= x_1x_0 \\
u_2 &= x_3x_0' + x_2x_1' + x_1x_0' \\
u_1 &= x_2x_0' \\
u_0 &= x_0
\end{aligned}
$$

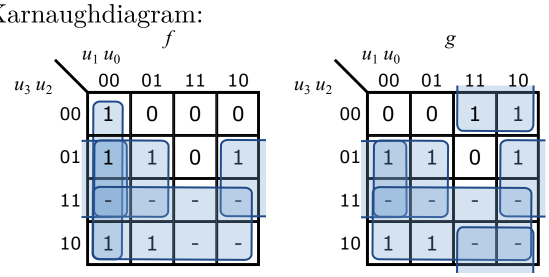
och realiseras med 2 inverterare, 5 AND-grindar och 1 OR-grind.

Uppgift 3. Funktionstabell, Karnaughdiagram samt Booleska uttryck för utsignalerna f och g:

Funktionstabell:

$u_3u_2u_1u_0$	fg
0000	10
0001	00
0010	01
0011	01
0100	11
0101	11
0110	11
0111	00
1000	11
1001	11
f.ö.	–

Karnaughdiagram:

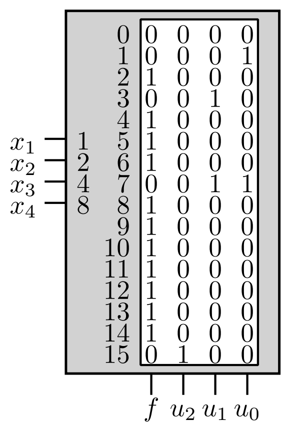


Det finns ingen väsentlig primimplikator som täcker 1:an i g för $u = 0110$ utan primimplikatorn är vald så att grinddelning med nätet för f är möjlig. Uttrycken blir

$$f = u_2u_1' + u_2u_0' + u_3 + u_1'u_0' = ((u_2u_1')'(u_2u_0')'u_3'(u_1'u_0')')'$$
$$g = u_2u_1' + u_2u_0' + u_3 + u_2'u_1 = ((u_2u_1')'(u_2u_0')'u_3'(u_2'u_1)')'$$

Används grinddelning så behövs grindar för $(u_2u_1')'$, $(u_2u_0')'$, $(u_1'u_0')'$, $(u_2'u_1)'$ samt en grind för varje utsignal. Totalt krävs 6 NAND-grindar.

Uppgift 4. Efterfrågad funktion erhålls om minnet till exempel är programmerat som i figur 5.

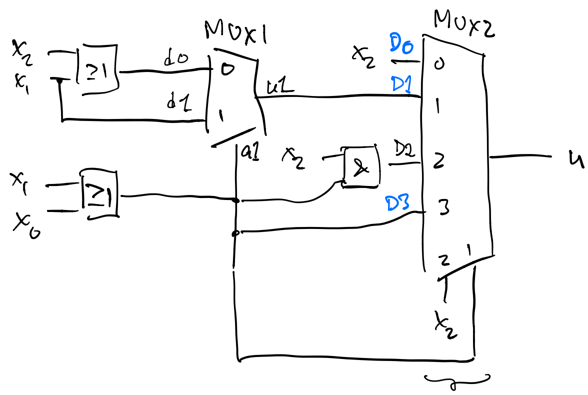


Figur 5: Programmerat minne.

Uppgift 5. Den minimala realisationen är

$$u = x_2x_0 + x_1$$

Lösningsförslag:



x_2 (D0)	x_1 (d1)	x_0	a1 (D3)	d0	u1 (D1)	x_2	a_1	a_2 (a2)	D2	u
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	1	0	2	0	0
1	0	1	1	1	0	1	1	3	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1	3	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1

u

x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	0	1	1	1

x_1

x_2x_0

$$u = x_1 + x_2x_0$$

Uppgift 6.

a) $f = x_2x_1 + x_1'x_0$

c) Funktionen kan skrivas som

$$f = \begin{cases} x_0 & \text{om } x_1 = 0 \\ x_2 & \text{om } x_1 = 1 \end{cases}$$

vilket gör att funktionen kan realiseras med en 2-ingångars multiplexer där x_1 är styrsignal x_0 kopplas in på adress 0 och x_2 på adress 1.

Uppgift 7.

a) $f = x_2x_1'$

b) $g = x_2' + x_1x_0'$

c)

$$u = \begin{cases} x_2x_1' & \text{om } s = 0 \\ x_2' + x_1x_0' & \text{om } s = 1 \end{cases}$$

d) $u = sx_2' + sx_1x_0' + s'x_2x_1'$