Tentamen
TSEA22 Digitalteknik

Datum	2022-08-25
Lokal	KY35, FE245
Tid	08-12
Kurskod	TSEA22
Kursnamn	Digitalteknik
Provkod	TEN1
Antal uppgifter	6
Kursansvarig	Anders Nilsson
Lärare som besöker skrivsalen	Anders Nilsson
Telefon under skrivtiden	013-28 2635
Besöker skrivsalen	Ca 09 och 11
Kursadministratör	Maria Hamnér, 013-28 5715
Tillåtna hjälpmedel	Inga
Preliminära betygsgränser	Poäng Betyg 41-50 5 31-40 4 21-30 3 0-20 U
Visning	Kl 10:00-11:00 14/9 på Anders Nilssons kontor (3B:512) på ISY/DA

Viktig information

- Tänk igenom din lösning NOGGRANT och använd de lösningsprinciper som kursen förevisar. Okonventionella eller tvetydiga lösningar ger poängavdrag.
- Om inget annat sägs innebär ”konstruera” att nätet ska ritas upp, samt att hela lösningsgången måste redovisas.
- AND-, OR-, NAND-, NOR-grindar får ha godtyckligt antal ingångar. XOR- och XNOR-grinder har alltid 2 ingångar, inverterare alltid en ingång.
- ”Minimal” tillståndskodning gäller alltid med avseende på vald kodning. Dvs om inget annat sägs behöver inte flera tillståndskodningar provas för att hitta en minimal tillståndskodning. Starttillstånd kan väljas fritt, men ange alltid vad som är starttillstånd.
- Om inget annat sägs kan räknare, D-vippor och dylikt förutsättas vara nollställda vid uppstart.
- Skriv läsbart! Oläsbar text kan inte bedömas och ger därmed inga poäng.

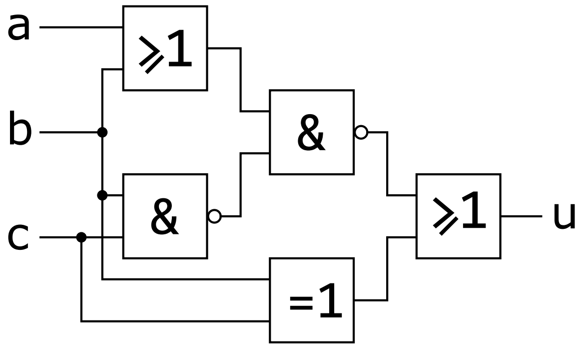
Lycka till!

Uppgift 1. Blandade uppgifter (5p)

a) Omvandla det decimala talet 825 till binärt. (1p)

b) Omvandla det decimala talet 2.375 till binärt. (1p)

c) Förenkla funktionen för följande kombinatoriska nät så mycket som möjligt, och rita upp det förenklade grindnätet (3p):



Lösning.

a) $825_{10} = 1100111001_2$

b) $2.375_{10} = 10.011_2$

c)

Tabell-lösning:

a	b	c	u
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

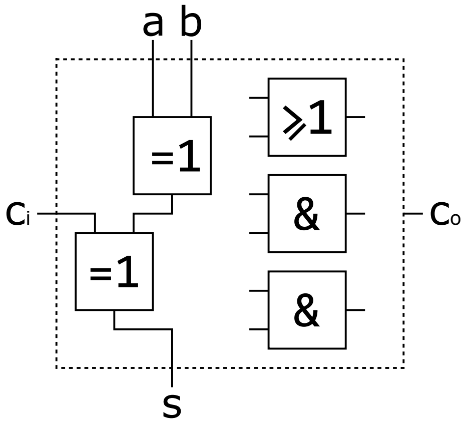
$u = (ab'c')' = a' + b + c$

Algebraisk lösning:

$u = ((a+b)(bc)')' + (bc' + b'c) =$
$= (a+b)' + bc + bc' + b'c =$
$= a'b' + bc + bc' + b'c =$
$= b'(a' + c) + b \cdot 1 =$
$= b'(a' + c) + b + (a' + c) =$
$= (a' + c)(b' + 1) + b =$
$= a' + b + c$

Uppgift 2. Carry med xor(5p)

En fulladderare tar två insignalsbitar `a` och `b` samt en carry-in-signal c_i, och genererar en summa-bit `s` och en carry-out-bit c_o. Summabiten `s` är redan färdig enligt nedanstående kopplingsschema, figur 1, medan carry-out-biten c_o inte är det.



Figur 1: Ofärdig fulladderare

Uttrycket för carry-out-biten c_o fås via följande karnaugh-diagram:

		ab			
		00	01	11	10
c_i	0	0	0	1	0
	1	0	1	1	1

som ger uttrycket: $c_o = c_i a + c_i b + ab$

Uttrycket för c_o ovan kräver tre två-ingångars and-grindar och en tre-ingångars or-grind, men till ditt förfogande för att skapa c_o har du bara de lösa grindar som finns i figur 1 ovan, dvs en or-grind och två and-grindar (alla två-ingångars) samt de båda xor-grindarna.

Utgå från uttrycket för c_o ovan, använd de booleska räknelagarna och skriv om uttrycket så att två två-ingångars and-grindar, en två-ingångars or-grind och en två-ingångars xor-grind används för att skapa c_o. Ledning: $x \oplus y = \bar{x}y + x\bar{y}$

Redovisa hela lösningsgången och hoppa inte över steg i omskrivningen. Du behöver inte rita upp det slutliga kopplingsschemat, bara ta fram det nya uttrycket för c_o.

Lösning.

$c_o = c_i a + c_i b + ab =$
$= c_i a(b + b') + c_i b(a + a') + ab =$
$= c_i ab + c_i ab' + c_i ba + c_i ba' + ab =$
$= ab + c_i ab + c_i ab' + c_i a'b =$
$= ab(1 + c_i) + c_i(ab' + a'b) =$
$= ab + c_i(a \oplus b)$

Alternativt skrivsätt:
$c_o = c_i a + c_i b + ab =$
$= c_i a(b + \bar{b}) + c_i b(a + \bar{a}) + ab =$
$= c_i ab + c_i a\bar{b} + c_i ba + c_i b\bar{a} + ab =$
$= ab + c_i ab + c_i a\bar{b} + c_i \bar{a}b =$
$= ab(1 + c_i) + c_i(a\bar{b} + \bar{a}b) =$
$= ab + c_i(a \oplus b)$

Uppgift 3. Kombinatorik (10p)

Skapa en minimal kombinatorisk krets som utför beräkningen

$$Y = (y_2, y_1, y_0) = |15 - X^2| \bmod 7$$

där X är ett fyrbitars binärt tal, $X = (x_3, x_2, x_1, x_0)$, $0 \le X \le 8$. mod 7 är modulo 7, dvs resten vid heltalsdivision med 7. Som ett exempel är 31 mod 7 = 3 eftersom $31 - 4 \times 7 = 3$.

Använd enbart NOR-grindar och inverterare vid realiseringen. Tänk på att redovisa hela lösningsgången.

Lösning.

x_3	x_2	x_1	x_0	X	Y	y_2	y_1	y_0
0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	0	2	4	1	0	0
0	0	1	1	3	6	1	1	0
0	1	0	0	4	1	0	0	1
0	1	0	1	5	3	0	1	1
0	1	1	0	6	0	0	0	0
0	1	1	1	7	6	1	1	0
1	0	0	0	8	0	0	0	0
1	0	0	1	9	-	-	-	-
1	0	1	0	10	-	-	-	-
1	0	1	1	11	-	-	-	-
1	1	0	0	12	-	-	-	-
1	1	0	1	13	-	-	-	-
1	1	1	0	14	-	-	-	-
1	1	1	1	15	-	-	-	-

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	0
11	-	-	-	-
10	0	-	-	-

$$y_2 = (x_1' + x_2x_0')' =$$
$$= (x_1' + (x_2' + x_0)')'$$

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	1	1	0
11	-	-	-	-
10	0	-	-	-

$$y_1 = (x_0' + x_1'x_2')' =$$
$$= (x_0' + (x_1 + x_2)')'$$

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	1	0	0
11	-	-	-	-
10	0	-	-	-

$$y_0 = (x_1 + x_0x_2' + x_3)' =$$
$$= (x_1 + (x_0' + x_2)' + x_3)'$$

Uppgift 4. Godisautomat (10p)

Konstruera en godisautomat som bara har en sorts godis, en chokladkaka, som kostar 4 kr. Automaten ska bara acceptera mynt som betalning, mynt av storleken 1 kr eller 2 kr. Om man matar in 4 kr eller mer i automaten ska den mata ut en chokladkaka. Matar man in för mycket så får man ingen växel tillbaka, men det överskjutande beloppet är tillgodo inför nästa köp.

Tänk att varje inmatat mynt motsvarar en klockcykel i den tillståndsmaskin du ska konstruera, dvs varje horisontell linje i tabellen nedan motsvaras av en positiv klockflank. De enda förekommande mynten är 1 kr eller 2 kr. Betrakta följande exempelsekvens, där u=1 är utsignalen för att mata ut en chokladkaka:

Inmatade mynt	**u**
1 kr	0
2 kr	0
1 kr	1
2 kr	0
2 kr	1
2 kr	0
1 kr	0
2 kr	1
1 kr	0
2 kr	1
...	...

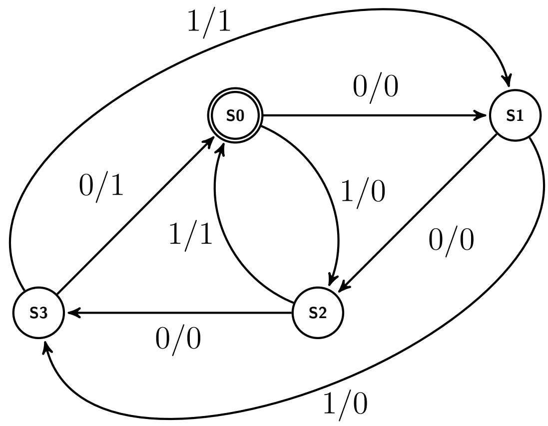
Du ska allså konstruera en minimal sekvenskrets som fungerar enligt beskrivningen av godisautomaten ovan. Tänk på att redovisa hela lösningsgången med tillståndsdiagram med minimalt antal tillstånd, tillståndstabell, minimerade uttryck för förekommande signaler samt kretsschema.

Konstruktionen får endast använda D-vippor, NAND-grindar och inverterare.

Lösning. Antag en insignal x, där x=0 för myntet 1 kr och x=1 för myntet 2 kr.

Utsignalen u=1 kommer samtidigt, dvs i samma klockcykel, som beloppet 4 kr (eller mer) uppnås. Dvs, lösningen måste utgöras av ett Mealy-diagram.

Starttillstånd är `S0`, och på bågarna i följande tillståndsdiagram gäller `x/u`. Tillstånden S0, S1, S2 och S3 motsvaras av ett tillgodobelopp på 0 kr, 1 kr, 2 kr respektive 3 kr.



Kodning: Binär
Starttillståndet är S0.

		$q_1^+q_0^+/u$	
S	q_1q_0	$x=0$	$x=1$
S0	00	01/0	10/0
S1	01	10/0	11/0
S2	10	11/0	00/1
S3	11	00/1	01/1

x \ q_1q_0	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	1	0	0

$q_1^+ = xq_0' + q_1'q_0 + x'q_1q_0' =$
$= ((xq_1')'(q1'q_0)'(x'q_1q_0')')'$

x \ q_1q_0	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	0	1	1	0

$q_0^+ = x'q_0' + xq_0 =$
$= ((x'q_0')'(xq_0)')'$

x \ q_1q_0	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	0	1	1

$u = q_1q_0 + xq_1 =$
$= ((q_1q_0)'(xq_1)')'$

Kodning: Gray
Starttillståndet är S0.

S	q_1q_0	$q_1^+q_0^+/u$ $x=0$	$x=1$
S0	00	01/0	11/0
S1	01	11/0	10/0
S2	10	00/1	01/1
S3	11	10/0	00/1

x \ q_1q_0	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	1	0	0

$q_1^+ = xq_1' + x'q_0 =$
$= ((xq_1')'(x'q_0)')'$

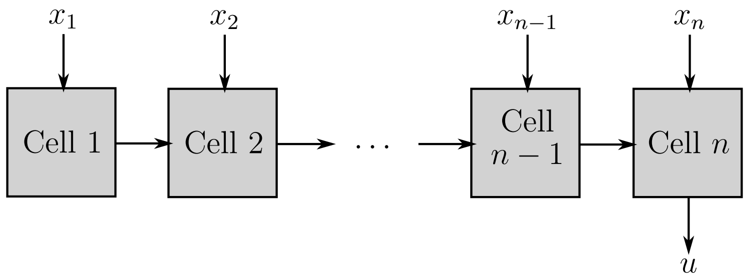
x \ q_1q_0	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	1	0	0	1

$q_0^+ = x'q_1' + xq_0' =$
$= ((x'q_1')'(xq_0')')'$

x \ q_1q_0	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1

$u = xq_1 + q_1q_0' =$
$= ((xq_1)'(q_1q_0')')'$

Uppgift 5. IKN (10p) Konstruera en iterativ kombinatorisk krets med $n \geq 4$ st insignaler $x_1, x_2, ..., x_n$, en utsignal u och följande struktur:

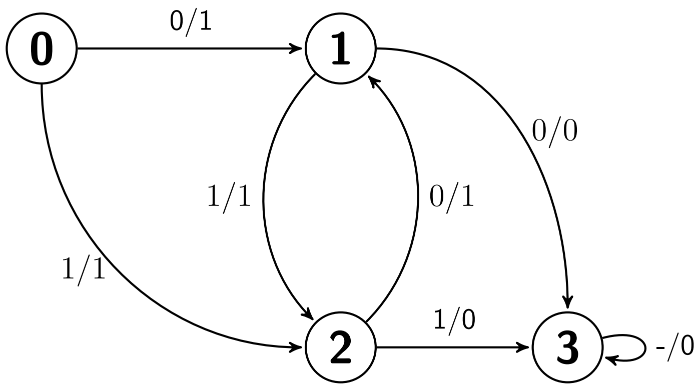


Utsignalen ska vara $= 1$ om och endast om alla insignaler med udda index är 0 samtidigt som alla insignaler med jämna index är 1, eller om det omvända förhållandet råder. Här följer några exempel:

```
x: 01010101010101  ger u=1
x: 10101010101010  ger u=1
x: 01010001010101  ger u=0
```

Konstruera kretsen med AND-, OR-grindar och inverterare. Alla celler ska vara minimala.

Lösning. Tillståndsdiagram med bågmarkeringar x/u.



Binär kodning
Starttillståndet är $q = 00$.

	$q_1^+ q_0^+ / u$	
$q_1 q_0$	$x = 0$	$x = 1$
00	01/1	10/1
01	11/0	10/1
11	11/0	11/0
10	01/1	11/0

Cell 1: $(q_1, q_0) = (0, 0)$

$$\begin{aligned} q_1^+ &= x_1 \\ q_0^+ &= x_1' \end{aligned}$$

Cell 2: $(q_1, q_0) \in \{(0, 1), (1, 0)\}$

$$\begin{aligned} q_1^+ &= x_2 + q_0 \\ q_0^+ &= x_2' + q_1 \end{aligned}$$

Cell $k \in \{3, \ldots, n-1\}$:$(\mathrm{q}_1, q_0) \in \{(0, 1), (1, 0), (1, 1)\}$

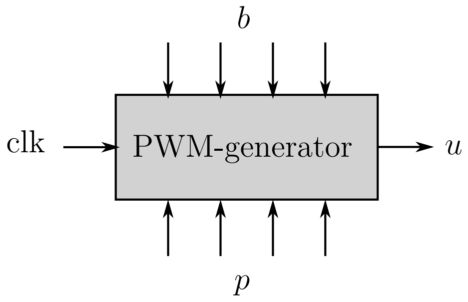
$$\begin{aligned} q_1^+ &= x_k + q_0 \\ q_0^+ &= x_k' + q_1 \end{aligned}$$

Cell n: $(q_1, q_0) \in \{(0, 1), (1, 0), (1, 1)\}$

$$u = q_1' x_n + q_0' x_n'$$

Detta ger $n + 2$ inverterare, $2n - 3$ OR-grindar och 2 AND-grindar.

Uppgift 6. Konstruktion (10p)



Konstruera i form av en synkront sekvenskrets, en pulsgenerator med variabel pulsbredd och periodtid. Periodtiden och pulsbredden väljs med de binära talen p respektive b.

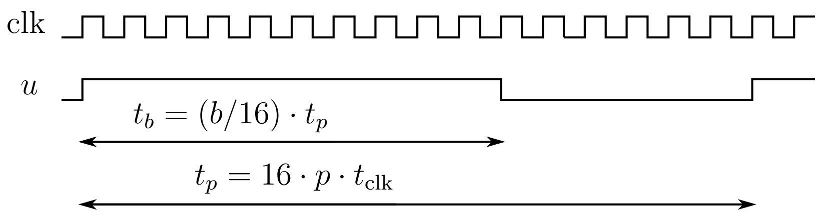
Periodtiden ska vara

$$t_p = 16 \cdot p \cdot t_{\text{clk}}$$

där $1 \leq p \leq 15$ och t_{clk} är klockans periodtid. Pulsbredden bestäms av b på följande vis

$$t_b = (b/16) \cdot t_p$$

där $0 \leq b \leq 15$. Här nedan visas ett exempel med $p = 1$ och $b = 10$, dvs $t_p = 16t_{\text{clk}}$ och $t_b = 10t_{\text{clk}}$:

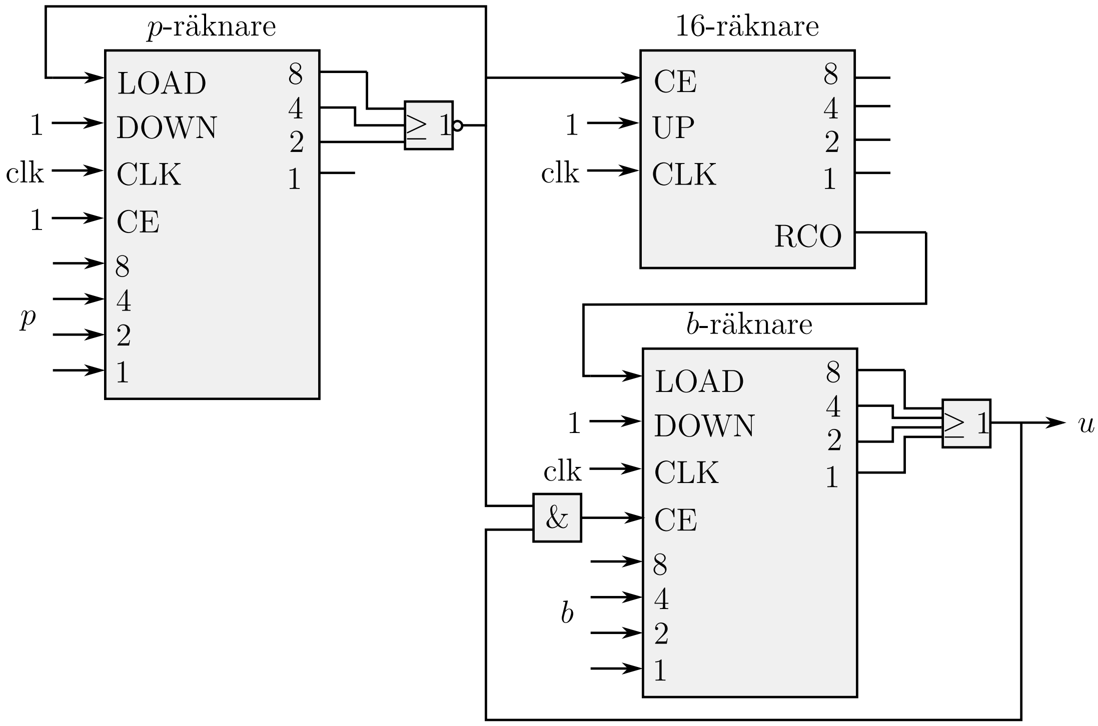


Konstruera pulsgeneratorn med valfria typer av 4-bits binärräknare samt med valfria grindar och vippor. Avdrag ges för alltför komplicerade lösningar. Asynkrona nät ger obönhörligen 0 poäng.

Lösning. Studera formlerna:

$$\begin{aligned} t_p &= p \cdot 16 \cdot t_{\text{clk}} \\ t_b &= (b/16) \cdot t_p = p \cdot b \cdot t_{\text{clk}} \end{aligned}$$

Vi behöver alltså en 16-räknare, en p-räknare och en b-räknare:



p-räknaren räknar ner från p till 1 och börjar sedan om. 16-räknaren räknar i takt med att p-räknaren är 1 från 0 till 15 gång på gång. b-räknaren räknar ner i takt med att p-räknaren är 1 från b till 0 och stannar där enda tills $16 \cdot p$ klockperioder har gått då den börjar om på b. Utsignalen u är ett när b-räknaren är nollskilld.

För att starta en ny puls efter ett klockintervall kan p-räknaren och b-räknaren sättas till 0 och 16-räknaren till 15.