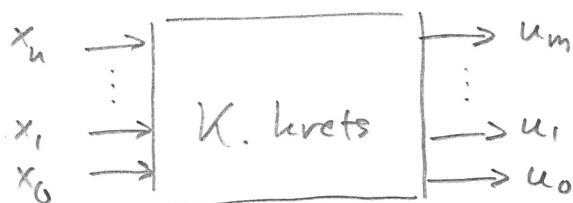


Kombinationskretsar

1

Def Kombinationskrets



$$u = f(x) \text{ där}$$

$$u = (u_m, \dots, u_1, u_0)$$

$$x = (x_n, \dots, x_1, x_0)$$

$$u_i, x_j \in \{0, 1\}$$

Obs: Utsignal u beror endast på x vid samma tidpunkt.

Syntes av k-kretsar

Ex OR-funktionen

Funktionstabell

a	b	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Booleska uttryck

$$\begin{aligned} y &= f(a, b) = \\ &= a + b = \\ &= (a + b)'' = \\ &= (a' \cdot b')' \end{aligned}$$

Realisering med grindar



Notera

- Flera uttryck för samma funktion.
- Uttrycken går att översätta till grindnät och vice versa.

Syntesfrågeställningar (ev OH)

(2)

- Hur ställer vi upp Booleska uttryck för en funktion specificerad av en tabell?
- Hur hittar vi ett uttryck som svarar mot ett billigt grindnät?
 - Billigt: få ingångar, få grindar, liten kiselarea
 - Bivillkor:
 - vissa typer av grindar
 - få plats i en given programmerbar krets (PLD)
 - maximal fördröjning från in- till ut-signal $\Rightarrow$ begränsat grinddjup

Löpande exempel

3

Låt x_2, x_1, x_0 representera tal där x_2 är msb.

Realisera funktionen som returnerar 1 för de 3 minsta talen.

Funktionstabell

x_2, x_1, x_0	f
0 0 0	1
0 0 1	1
0 1 0	1
0 1 1	0
1 0 0	0
1 0 1	0
1 1 0	0
1 1 1	0

Grundformer för Booleska funktioner

Def Summa av produkter (SP-form, disjunktiv form)

$$f = x_2'x_1' + x_2'x_0'$$

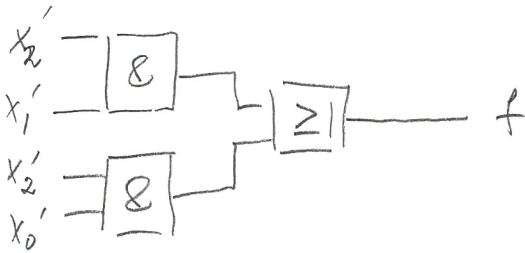
Def Produkt av summer (PS-form, konjunktiv form)

$$f = x_2' (x_1' + x_0')$$

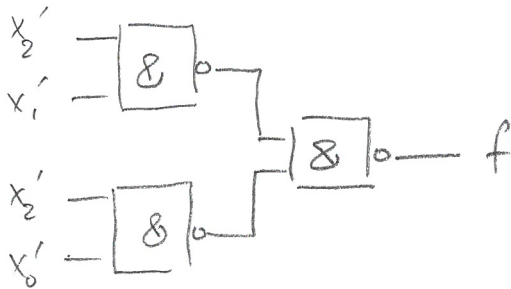
Grundnätstyper för SP-form

4

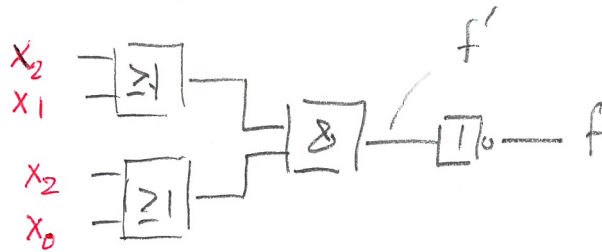
AND - OR - nät



NAND - NAND - nät

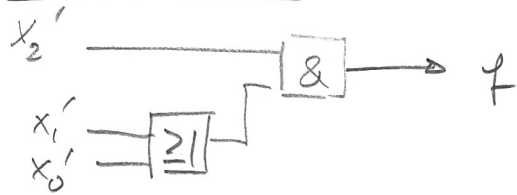


OR - AND - NOT - nät

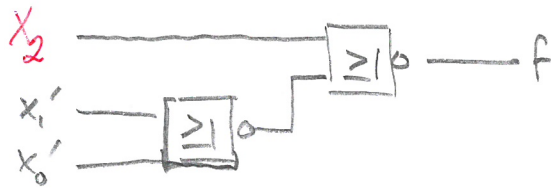


Grundgattstyper PS-form

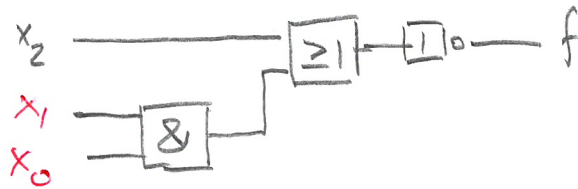
OR-AND-nat



NOR-NOR-nat



AND-OR-NOT-nat



Booleska uttryck från funktionstabell

6

Min- och max-termer

i	x_2	x_1	x_0	$m_0 = x_2'x_1'x_0'$	$m_1 = x_2'x_1'x_0$	$M_0 = x_2 + x_1 + x_0$	$M_1 = x_2 + x_1 + x_0'$
0	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1	0
2	0	1	0	0	0	1	1
3	0	1	1	0	0	1	1
4	1	0	0	0	0	1	1
5	1	0	1	0	0	1	1
6	1	1	0	0	0	1	1
7	1	1	1	0	0	1	1

Def: Till varje insgnalkomb. i definieras en

- minterm m_i som blir 1 endast för insgnalkomb. i .
- maxterm M_i som blir 0 — " —

$$M_0 = m_0' = (x_2'x_1'x_0')' = x_2 + x_1 + x_0$$

Generellt gäller att $M_i = m_i'$.

Normalformer

Def: SP-normalform är en SP-form med mintermer.

Ex $f = m_0 + m_1 + m_2 = x_2'x_1'x_0' + x_2'x_1'x_0 + x_2'x_1x_0'$

Förenklat skrivsätt $f = \sum(0, 1, 2)$

$f=1$ för dessa värden

Def: PS-normalform är en PS-form med maxtermer.

Ex: $f = M_3 M_4 M_5 M_6 M_7$

Förenklat skrivsätt $f = \prod(3, 4, 5, 6, 7)$

$f=0$ för dessa värden

Kommentarer

- Normalformerna är entydiga och enkla att teckna.
- Blir stora uttryck och grindnät.

Förenkling av Booleska funktioner

(8)

$$f = \underbrace{x_2'x_1'x_0'}_{=0} + \underbrace{x_2'x_1'x_0}_{=1} + \underbrace{x_2'x_1x_0'}_{=2} + \underbrace{x_2'x_1'x_0}_{=0}$$


är lika i alla utom en bit

$$= \underbrace{x_2'x_1' (x_0' + x_0)}_{\text{term: } 0+1} + \underbrace{x_2'x_0' (x_1 + x_1')}_{\text{term: } 0+2} =$$

$$= x_2'x_1' + x_2'x_0'$$

Grafisk metod: Karnaughdiagram

(omorganiserad funktionstabell)

	$x_2'x_1'$ 00	$x_2'x_1$ 01	$x_2'x_0'$ 11	$x_2'x_0$ 10
x_2 0	1	1	0	1
x_2 1	0	0	0	0

Närliggande rutor motsvarar termer med en avvikande bit.

Metod

- Ringa in alla 1:or (inga 0:or)
- Få ringar, stora ringar ger stora förenklingar
- Giltiga sammanslagningar har formen $2^i \times 2^j$ rutor för $i, j \in \{0, 1, 2\}$ (4 var)
- Visa OH

Ex: K-diag. i 4 var.

		$x_1 x_0$			
		00	01	11	10
$x_3 x_2$	00	1	0	0	0
	01	1	1	0	0
	11	1	1	1	1
	10	1	1	1	1
		x_3			

Diagram showing a 4-variable Karnaugh map. The map is a 4x4 grid with columns labeled $x_1 x_0$ (00, 01, 11, 10) and rows labeled $x_3 x_2$ (00, 01, 11, 10). The map contains 1s in the following cells: (00,00), (01,00), (00,01), (01,01), (00,11), (01,11), (11,11), (10,11), (00,10), (01,10), (11,10), (10,10). A blue box highlights the 1s in the first two columns (00 and 01) for rows 00 and 01, representing the term $x_1' x_0'$. A red box highlights the 1s in the first two columns (00 and 01) for rows 01 and 11, representing the term $x_2 x_1'$. A red arrow points from the text $x_2 x_1'$ to the red box.

$$g = x_1' x_0' + x_2 x_1' + x_3$$

- Fel: ej största möjliga inringning

Diagram showing a 4-variable Karnaugh map. The map is a 4x4 grid with columns labeled $x_1 x_0$ (00, 01, 11, 10) and rows labeled $x_3 x_2$ (00, 01, 11, 10). The map contains 1s in the following cells: (00,00), (01,00), (00,01), (01,01), (00,11), (01,11), (11,11), (10,11), (00,10), (01,10), (11,10), (10,10). A blue circle highlights the 1s in the first two columns (00 and 01) for rows 00 and 01, representing the term $x_3' x_2' x_1' x_0'$. A red arrow points from the text $x_3' x_2' x_1' x_0'$ to the blue circle.

$x_3' x_2' x_1' x_0'$ är mer komplex än $x_1' x_0'$

- Fel: Fel storlek

		$x_1 x_0$			
		00	01	11	10
$x_3 x_2$	00				
	01	1	1		
	11	1	1		
	10	1	1		

Diagram showing a 4-variable Karnaugh map. The map is a 4x4 grid with columns labeled $x_1 x_0$ (00, 01, 11, 10) and rows labeled $x_3 x_2$ (00, 01, 11, 10). The map contains 1s in the following cells: (01,01), (11,01), (01,11), (11,11), (01,10), (11,10). A red box highlights the 1s in the first two columns (01 and 11) for rows 01, 11, and 10, representing the term $(x_2 + x_3) x_1'$. A red arrow points from the text $(x_2 + x_3) x_1' = x_2 x_1' + x_3 x_1'$ to the red box.

Motsvarar ej en produkt!

Def: En produktterm hörande till en maximal inringning kallas primimplikator.

Ex: $x_1' x_0'$ är en primimplikator

$x_3' x_2' x_1' x_0'$ är ej en primimplikator

Minimal SP-form

En minimal SP-form realiserar ett minimalt AND-OR-nät,

Metod

- 1) Hitta 1:or som bara täcks av en primimplikator
- 2) Täck övriga 1:or med primimplikatorer
- 3) Summera valda primimplikatorer

Ex Bestäm en minimal SP-form till

$$g = \sum (2, 3, 7, 8, 10, 12, 15)$$

x_1, x_0

	00	01	11	10
x_3, x_2	00 0	01 0	11 3	10 2
01 4	0	01 5	11 7	10 6
11 12	1	0	11 13	10 14
10 8	1	0	11 9	10 11

Ex på alternativ inringning

$$g = x_3 x_1' x_0' + \dots$$

Notera: ej unik minimal SP-form!

Minimal PS-form

(11)

Samma metod som för att hitta en minimal SP-form
fast ringa 0:or istället för 1:or

Ex

		$x_1 x_0$			
		00	01	11	10
x_2	0	1	1	0	1
	1	0	0	0	0

$$f' = x_2 + x_1 x_0$$

$$f = (f')' = (x_2 + x_1 x_0)' \overset{\text{deMorgans}}{=} x_2' (x_1 x_0)' =$$

$$\overset{\text{deMorgans}}{=} x_2' (x_1' + x_0')$$

deMorgans