Lektion 4

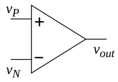
Uppgifter (Lektion): **3.24, 3.25, 3.26**

Uppgifter (Rek.): *3.19, 3.16, 3.21*

Teoretiska moment: **Kretsberäkningar, Komparatorer, Operationsförstärkare**

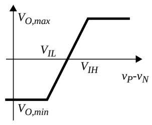
Teori

Komparatorer



Komparatorn jämför två analoga ingångar och svarar med en digital utsignal. Den icke-ideala komparatorn är dock försedd med offset och ett visst omslagsområde där det digitala värdena ännu inte nåtts. I vissa fall beskrivs även överföringsfunktionen av en hysteres.

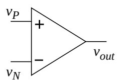
$$v_{out} = \begin{cases} V_{O,\,max} & v_P > v_N + V_{IH} \\ A_v(v_P - v_N) & v_N + V_{IL} < v_P < v_N + V_{IH} \\ V_{O,\,min} & v_P < v_N + V_{IL} \end{cases}$$



Förstärkningen A_v är stor, V_O är de digitala värdena i utsignalen och V_I är gränsvärden för omslag i insignalen.

Komparatorn kan till exempel implementeras med en enkel inverterare, (current sink/source load), där insignalen kan jämföras med en funktion av biasvärdet. En annan metod är att kaskadkoppla två komparatorer, till exempel ett differentialsteg och en inverterare (se uppgift 3.24).

Operationsförstärkare



Snarlikt beteende som komparatorn, men i detta fall är det själva förstärkningen A_v som är intressant. Idealt sett så kan utsignalen för en operationsförstärkare skrivas som förstärkningen gånger den differentiella insignalen; $V_{out} = A_v(V_P - V_N)$.

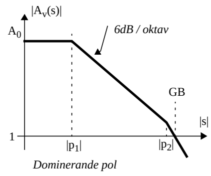
Som diskuterades i förra lektionen så kan utsignalen skrivas med laplacetransform som

$$V_{out}(s) = A_v(s)[V_N(s) - V_P(s)] + A_c(s)[V_1(s) + V_2(s)]/2$$

dvs en uppdelning i den differentiella förstärkningen och common-modeförstärkningen. $A_c(s)$ kan ofta försummas gentemot $A_v(s)$. Om differentiella förstärkningen delas upp i poler och nollställen så är en praktisk modell:

$$A_v(s) = \frac{A_0}{(1 - s/p_1)(1 - s/p_2)\ldots}$$

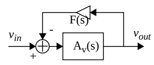
Systemet kan oftast approximeras med tre eller två poler.



Den så kallade *unity gain bandwitdh*, ***GB***, bestäms av var förstärkningen är lika med 1, dvs $|A_v(s)|\big|_{s = jGB} = 1$. I de flesta realiseringar är den första polen p_1 dominerande och man kan också visa att det är i princip den som bestämmer hur stort GB blir. (observera skillnader i olika framställningar, antingen rad/s eller Hz, vid räkning med poler måste radianer användas.)

De flesta operationsförstärkare används också i återkopplade system. Därför är det också intressant att undersöka hur pass "stabilt"det återkopplade systemet blir. Det återkopplade systemet får systemfunktionen

$$H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{A_v(s)}{1 + A_v(s)F(s)}$$



Instabilitet kan uppträda om nämnaren blir noll, dvs att

$$L(s) = -A_v(s)F(s) = 1$$

Detta betyder att $|A_v(s)F(s)| = 1$ och $\arg[A_v(s)F(s)] = \pi$. För att undvika instabilitet så vill man alltså att $\arg[A_v(s)F(s)] > -\pi$. Om vi antar att återkopplingen består av $F(s) = 1$ så ses att den första likheten är uppfylld vid GB. Däremot måste undersökas om fasmarginalen är stor nog. Fasmarginalen är definierad som $\phi_m = \pi + \arg[A_v(s)F(s)]$ och kravet är att $\phi_m > 0$ (med god marginal, tex $45°$).

För att modifiera fasmarginalen så används olika kompenseringstekniker (interna återkopplingar) mer om detta och operationsförstärkaren i nästa lektion.

För en ideal OP gäller att Inresistansen är oändligt stor, utresistansen är oändligt liten. Förstärkningen är oändligt stor och konstant för alla frekvenser. Den differentiella insignalen är lika med noll.

Uppgifter

Uppgift 3.24

Two-stage comparator

$P_{diss} = 5\,\mathrm{mW}$,

$V_{DD} = 10\,\mathrm{V}$, $V_{SS} = 0\,\mathrm{V}$,

$C_1 = 3\,\mathrm{pF}$, $t_{prop} < 1\mu\,\mathrm{s}$

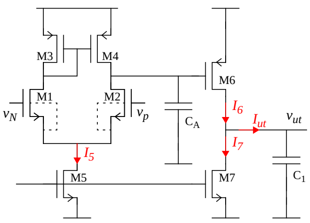
$CMR = [3.6, 6.5]\,\mathrm{V}$

$A_{v0} > 2200$

Output range $[1.5, 8.5]\,\mathrm{V}$

$\lambda = 0.04$ då $L = 5\mu\,\mathrm{m}$

$1 + \lambda v_{DS} \approx 1$



Småsignalparametrarna kan skattas:

$$g_m \approx \sqrt{2K'I_dW/L} \approx K'(V_{GS} - V_T)W/L \text{ och } g_{ds} \approx \lambda I_d$$

Använd **kokboksreceptet** för komparatorer.

1. Propageringstiden är given enligt:

$$t_{prop} < 1\mu\,\mathrm{s}$$

Räkna med en propageringstid som är 10 ggr mindre än gränsen,

$$t_{prop} = 0.1\mu\,\mathrm{s}$$

Försumma effekter i kondensator C_A på grund av detta inte är givet i uppgiften, i allmänhet är dock ofta C_A försumbar eftersom kapacitansen på utnoden ofta är mycket större än de interna kapacitanserna. Detta ger att:

$$t_{prop} = t_{prop,\,2} = (V_{DD} - V_{TRP3})\frac{C_1}{I_7} \Rightarrow I_7 = (V_{DD} - V_{TRP3})\frac{C_1}{t_{prop}}$$

Med $V_{TRP3} = 0$ ger det:

$$I_7 = \frac{10 \cdot 3p}{0.1\mu} = 300\mu\,\mathrm{A}$$

2. Med hjälp av kravet på utsignalsvinget så kan storlekarna på M7 och M6 bestämmas.

$$S_7 = \frac{2I_7}{K'_7} \cdot \frac{1}{(V_{out,\,lo} - V_{SS})^2} = \frac{2 \cdot 300\mu}{17\mu} \cdot \frac{1}{1.5^2} \approx 15.7$$

$$S_6 = \frac{2I_6}{K'_6} \cdot \frac{1}{(V_{DD} - V_{out,\,hi})^2} = \frac{2 \cdot 300\mu}{8\mu} \cdot \frac{1}{(10 - 1.5)^2} \approx 33.3$$

3. Förstärkningen i andra steget beräknas till

$$A_2 = -\frac{g_{m6}}{g_{sd6} + g_{ds7}} = -\frac{2}{(\lambda_6 + \lambda_7)(V_{DD} - V_{out,\,hi})} = -\frac{2}{0.08 \cdot (10 - 8.5)} \approx -16.7$$

4. Förstärkningen i det första steget fås enligt:

$$A_1 = \frac{A_{v0}}{A_2} = \frac{2200}{-16.7} = -132$$

5. Strömmarna i det första steget kan beräknas enligt

$$I_1 = I_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{P_{diss}}{V_{DD} - V_{SS}} - I_6\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{5m}{10} - 300\mu\right) = 100\mu\,\mathrm{A}.$$

Detta är det maximala tillåtna värdet på strömmarna I_1 och I_2. Undersök om detta krav är uppfyllt med minimala storlekar på transistorerna M4 (=M3) och M5:

$$I_4 = \frac{S_4}{S_6} \cdot I_6 = \frac{1}{33.3} \cdot 300\mu \approx 9\mu\,\mathrm{A}$$

$$I_5 = \frac{S_5}{S_7} \cdot I_7 = \frac{1}{15.7} \cdot 300\mu \approx 19.1\mu\,\mathrm{A}$$

Justera S_4 så att $I_4 = I_5/2 \approx 9.56\mu\,\mathrm{A}$.

$$S_4 = \frac{S_6 \cdot I_5}{2 \cdot I_6} \approx \frac{33.3 \cdot 19.1\mu}{2 \cdot 300\mu} \approx 1.06$$

6. Storleken på transistorerna M1 och M2 kan beräknas med hjälp av den uträknade strömmen:

$$S_1 = S_2 = \frac{[(\lambda_1 + \lambda_3)A_1]^2}{2K'_1}I_1 \approx \frac{[0.08 \cdot -132]^2}{2 \cdot 17\mu}9.56\mu \approx 31.4$$

7. Hitta storleken på M5 genom att använda kravet på CMR.

$$S_5 = \frac{2I_5/K'_5}{[v_{in,\,lo} - V_{SS} - \sqrt{I_5/\beta_1} - V_{T1,\,max}]^2} = \frac{2 \cdot 19.1\mu/17\mu}{[3.6 - 1 - \sqrt{19.1\mu/(17\mu \cdot 31.4)}]^2} \approx 0.39$$

8. I och med att $S_5 < 1$ i detta fall så behöver inte S_5 justeras.

9. Kontrollera storleken p å M3 genom att använda CMR:

$$S_3 = \frac{I_5/K'_3}{[V_{DD} - v_{in,\,hi} - |V_{T3,\,max}| + V_{T1}]^2} = \frac{19.1\mu/8\mu}{[10 - 6.5 - 1 + 1]^2} \approx 0.19$$

10. I och med att $S_3 < 1$ i detta fall så behöver inga transistorer justeras.

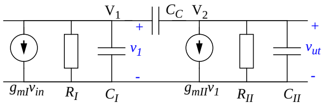
Slutsats:

$$S_1 = S_2 = 31.3,\ S_3 = S_4 = 1.06,\ S_5 = 1,\ S_6 = 33.3 \text{ och } S_7 = 15.7$$

Uppgift 3.25

Tvåstegs operationsförstärkare.
$g_{mI} \approx g_{m6}$

För att kunna beräkna bandbredden måste ett uttryck för överföringsfunktionen hittas.



Inför laplacetransformer och impedanser och använd nodanalys i noderna V_1 och V_2.

$$(0 - V_1)Y_I + (V_2 - V_1)Y_C - g_{mI}V_{in} = 0$$

$$(V_1 - V_2)Y_C + (0 - V_2)Y_{II} - g_{mII}V_1 = 0$$

Matrisformen blir då:

$$\begin{bmatrix} -Y_C - Y_I & Y_C \\ Y_C - g_{mII} & -Y_C - Y_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{mI}V_{in} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$V_{ut} = V_2$ löses med Cramers regel och ger överföringsfunktionen:

$$A = \frac{V_{ut}}{V_{in}} = \frac{-g_{mI}(Y_C - g_{mII})}{(Y_C + Y_I)(Y_C + Y_{II}) - Y_C(Y_C - g_{mII})} =$$

$$= \frac{g_{mI}g_{mII}\left(1 - \frac{sC_C}{g_{mII}}\right)}{\frac{(1 + sC_IR_I)sC_C}{R_I} + \frac{(1 + sC_{II}R_{II})sC_C}{R_{II}} + \frac{(1 + sC_{II}R_{II})(1 + sC_IR_I)}{R_IR_{II}} + sg_{mII}C_C} =$$

$$= \frac{g_{mI}g_{mII}(1 - sC_C/g_{mII})}{\frac{1}{R_IR_{II}} + s\left(\frac{R_{II}}{R_I}(C_C + C_{II}) + \frac{R_I}{R_{II}}(C_C + C_I) + g_{mII}C_C\right) + s^2(C_C(C_I + C_{II}) + C_{II}C_I)}$$

Pole-splitting:

Antag att vi har en systemfunktion som är

$$H(s) = 1 + as + bs^2 = \left(1 - \frac{s}{p_1}\right)\left(1 - \frac{s}{p_2}\right) = 1 - s\left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2}\right) + \frac{s^2}{p_1p_2} \approx 1 - \frac{s}{p_1} + \frac{s^2}{p_1p_2}$$

Där man har antagit att $|p_2| \gg |p_1|$. p_i kan lösas ut ur $H(s)$: $p_1 = -1/a$ och $p_2 = -a/b$

Med hjälp av pole splitting så fås att (antag att g_{mII} är stor)

$$p_1 = \frac{-1}{R_I(C_C + C_{II}) + R_{II}(C_C + C_I) + g_{mII}C_CR_IR_{II}} \approx \frac{-1}{g_{mII}C_CR_IR_{II}}$$

$$p_2 = \frac{-(R_I(C_C + C_{II}) + R_{II}(C_C + C_I) + g_{mII}C_CR_IR_{II})}{(C_C(C_I + C_{II}) + C_{II}C_I)R_IR_{II}} \approx \frac{-g_{mII}C_C}{C_C(C_I + C_{II}) + C_{II}C_I}$$

man kan också anta att $C_{II} \gg C_I$ och att $C_C > C_I$ vilket ger att $p_2 \approx -g_{mII}/C_{II}$.

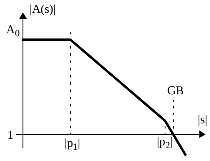
Detta ger en approximativ överföringsfunktion enligt:

$$H'(s) = \frac{g_{mI}g_{mII}(1 - sC_C/g_{mII})R_IR_{II}}{1 + sg_{mII}C_CR_IR_{II} + s^2C_CC_{II}R_IR_{II}}$$

Ur systemfunktionen kan vi identifiera ett nollställe $z = g_{mII}/C_C$ (HHP) och två stycken poler $p_1 = -1/g_{mII}C_CR_IR_{II}$ och $p_2 = -g_{mII}/C_{II}$ (VHP).

För att enkelt bestämma unity gain bandwidth så måste en enkelpolsmodell användas. Antag att p_2 ligger i närheten av GB.

En god uppskattning av GB är då en rät linje från brytpunkten vid $|p_1|$ till GB, dvs att $A_0|p_1| = 1 \cdot GB$.



$$A_0 = A(0) = g_{mI} \cdot R_I \cdot g_{mII} \cdot R_{II} \text{ och}$$

$$|p_1| = 1/g_{mII}C_CR_IR_{II}$$

$GB = g_{mI}/C_C$, vilket skulle visas.

Uppgift 3.26

Enligt förra uppgiften kan vi skriva överföringsfunktionen för en OP som:

$$A_v(s) = A_0\frac{(1 - s/z_1)}{(1 - s/p_1)(1 - s/p_2)}$$

Dessutom är $p_1 = -GB/A_0$ och enligt uppgift är $z_1 = 10 \cdot GB$. Fasmarginalen då $\omega = GB$, dvs $s = jGB$ skall undersökas.

$$A_v(jGB) = A_0\frac{1 - \frac{jGB}{10GB}}{\left(1 - j\frac{GB}{-GB/A_0}\right)\left(1 - j\frac{GB}{p_2}\right)} = \frac{1 - 0.1j}{(j + 1/A_0)(1 - jGB/p_2)}$$

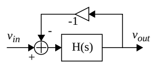
På grund av att A_0 är stort så kan funktionen approximativt skrivas som

$$A_v(jGB) \approx -\frac{0.1 + j}{(1 - jGB/p_2)} \approx e^{j\pi} \cdot 1.005e^{j1.471} \cdot [1 + (GB/p_2)^2]^{-1/2}e^{-(-jarc\tan(GB/p_2))}$$

vilket ger att

$$\arg[A_v(jGB)] = \pi + 1.471 + arc\tan(GB/p_2)$$

:Systemet kan betraktas återkopplat enligt Allen sid 375 och ovan i teoridelen.Kravet på fasmarginalen $\phi_m = \pi/4$ betyder att



$$\pi + \arg[A_v(jGB)] = \frac{\pi}{4} \text{ dvs att}$$

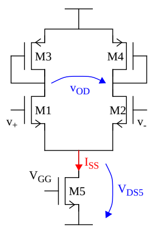
$$2\pi + 1.471 + arc\tan(GB/p_2) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow GB/p_2 = \tan\left(\frac{\pi}{4} - 1.471 - 2\pi\right) = -0.818$$

Vilket ger att

$$p_2 = -1.22GB$$

Uppgift 3.16

$max\{v_-\}$ och $min\{v_+\}$ kan beräknas enligt tidigare metoder. Kravet är fortfarande att alla transistorer skall vara mättade. Inför beteckningen $V_{DSi,\,sat} = \Delta V_i$. Därmed kan resultatet beräknas med hjälp av potentialvandring från V_{DD}:

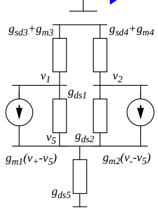


$$max\{v_-\} = V_{DD} - (\Delta V_4 + |V_{T4}|) - \Delta V_2 + \Delta V_2 + V_{T2} =$$

$$= V_{DD} - |V_{T4}| + V_{T2} - \sqrt{I_{SS}/\beta_4} = V_{DD} - 2.5/\sqrt{S_4}$$

Där det sista resultatet är givet efter tabellvärden.

Kretsen är symmetrisk så det spelar ingen roll vilken sida som betraktas vid beräkning av maximal och minimal insignal:



$$min\{v_+\} = V_{SS} + \Delta V_5 + \Delta V_1 + V_{T1} =$$

$$= V_{SS} + \sqrt{2I_{SS}/\beta_5} + \sqrt{I_{SS}/\beta_1} + V_{T1} =$$

$$= V_{SS} + 1 + 2.43/\sqrt{S_5} + 1.72/\sqrt{S_1}$$

Sista resultatet är givet enligt tabellvärden.

Vid beräkningen av differentiella förstärkningen så skulle man kunna beräkna bara för en gren och sedan generalisera svaret. Betraktar man dock hela förstärkaren så kan man med nodanalys få ekvationssystemet:

$$(0 - v_1)(g_{sd3} + g_{m3}) + (v_5 - v_1)g_{ds1} - g_{m1}(v_+ - v_5) = 0$$

$$(0 - v_5)g_{ds5} + (v_1 - v_5)g_{ds1} + (v_2 - v_5)g_{ds2} + g_{m1}(v_+ - v_5) + g_{m2}(v_- - v_5) = 0$$

$$(0 - v_2)(g_{sd4} + g_{m4}) + (v_5 - v_2)g_{ds2} - g_{m2}(v_- - v_5) = 0$$

Det kan antas att $g_{m3} + g_{sd3} = g_{m4} + g_{sd4} = g_{mp} + g_{dsp} = g_p$, $g_{m1} = g_{m2} = g_{mn}$ och $g_{ds1} = g_{ds2} = g_{dsn}$. Med beteckningen $g_{mn} = g_{m1} + g_{ds1}$ fås matrisen:

$$\begin{bmatrix} -(g_p + g_{dsn}) & g_{mn} & 0 \\ g_{dsn} & -(2g_n + g_{ds5}) & g_{dsn} \\ 0 & g_{mn} & -(g_p + g_{dsn}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_5 \\ v_2 \end{bmatrix} = g_{mn}\begin{bmatrix} v_+ \\ -(v_+ + v_-) \\ v_- \end{bmatrix}$$

Med Cramers regel så fås att:

$$Det = 2(g_p + g_{dsn})g_{mn}g_{dsn} - (g_p + g_{dsn})^2(2g_n + g_{ds5})$$

$$v_1 = \frac{g_{mn}}{Det}[v_+((2g_n + g_{ds5})(g_p + g_{dsn}) - g_{mn}g_{dsn} - g_{mn}(g_p + g_{dsn})) + v_-(g_{mn}g_{dsn} - g_{mn}(g_p + g_{dsn}))]$$

$$v_2 = \frac{g_{mn}}{Det}[v_+(g_{mn}g_{dsn} - g_{mn}(g_p + g_{dsn})) + v_-((2g_n + g_{ds5})(g_p + g_{dsn}) - g_{mn}g_{dsn} - g_{mn}(g_p + g_{dsn}))]$$

Den differentiella utsignalen skrivs som skillnaden mellan v_1 och v_2, $v_{out} = v_1 - v_2$:

$$v_{out} = \frac{g_{mn}}{Det}(v_+ - v_-)[(2g_n + g_{ds5})(g_p + g_{dsn}) - g_{mn}g_{dsn} - g_{mn}(g_p + g_{dsn}) - g_{mn}g_{dsn} + g_{mn}(g_p + g_{dsn})]$$

Förenklingar av uttrycken ger:

$$v_{out} = \frac{g_{mn}}{Det}(v_+ - v_-)[g_{ds5}(g_p + g_{dsn}) + 2(g_ng_p + g_{dsn}^2)]$$

$$Det = -(g_p + g_{dsn})(g_{ds5}(g_p + g_{dsn}) + 2(g_pg_n + g_{dsn}^2))$$

Detta ger att $v_{out} = -\frac{g_{mn}}{g_p + g_{dsn}}(v_+ - v_-)$

Därmed inses att den differentiella förstärkningen är just

$$A_d = -\frac{g_{mn}}{g_p + g_{dsn}} \approx \frac{g_{m1}}{g_{m3}}$$

Med värden insatta, transistorerna är mättade:

$$A_d \approx \sqrt{\frac{2K'_nS_1(I_{SS}/2)}{2K'_pS_3(I_{SS}/2)}} \approx 1.46\sqrt{S_1/S_3}$$

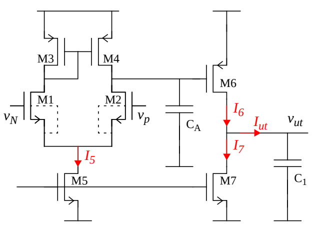
Uppgift 3.21

a) Den totala signalfördröjningen är given i Allen Holberg sidan 339.

$$\Delta T_1 = \Delta v_{DO}C_A/i_5$$

$$\Delta v_{DO} = |v_{DO}(t_0) - V_{TRP2}|$$

$$V_{TRP2} = V_{DD} - V_{SG6}$$



Med hjälp av biaskretsarna och storlekarna på M5 och M7 så kan vi se att $I_7 \approx 3I_5 = 30\mu A$.

V_{SG6} kan beräknas ur kravet på att M6 skall vara mättad: $V_{SG6} = \sqrt{2I_7/\beta_6} + |V_{T6}|$

$$V_{SG6} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30\mu}{8\mu \cdot (60/5)}} + 1 \approx 1.79 \text{ V, vilket ger att } V_{TRP2} \approx 8.21 \text{ V.}$$

Antag att $V_{DS5} = V_{DS5,\,sat} = V_{BIAS} - V_{T5} = 1.1$ V.

Med hjälp av strömformeln för transistor M5 så kan v_{DS5} beräknas till:

$$V_{DS5} = \frac{1}{\lambda_n} \cdot \left[\frac{2I_{SS}}{K'_n S_5} \cdot \frac{1}{(V_{BIAS} - V_{T5} - V_{SS})^2} - 1\right] \approx 0$$

En positiv förändring av insignalen kommer ge en positiv förändring i v_{DO}. Slutsteget är en inventerande förstärkare så en den positiva förändringen i v_{DO} ger en negativ förändring i utsignalen, därmed skall vi betrakta $\Delta T_{2\text{-}}$.

$$\Delta T_{2\text{-}} \approx [V_{DD} - V_{TRP3}]\frac{C_1}{i_7}$$

Notera de felaktiga värdena i uppgiften. Lite opedagogisk uppgift.