Lektion 2

Uppgifter (Lektion): **3.3 3.9 3.10 3.13 3.14**

Uppgifter (Rek.):

Teoretiska moment: **Mera CMOS, Småsignalparametrar**

Teori

Modeller, småsignal

För linjära området kan småsignalparametrarna beräknas till (se även extrablad om småsignal-parametrar):

$$g_{m,\text{ Lin}} = \left.\frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}}\right|_Q = \beta V_{DS}(1+\lambda V_{DS})$$

$$g_{mbs,\text{ Lin}} = -\left.\frac{\partial i_D}{\partial v_{BS}}\right|_Q = -\frac{\partial i_D}{\partial v_T}\cdot\left.\frac{\partial v_T}{\partial v_{BS}}\right|_Q = \frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}}\cdot\left.\frac{\partial v_T}{\partial v_{BS}}\right|_Q = g_m\frac{\gamma}{2\sqrt{2|\phi_F|+V_{SB}}}$$

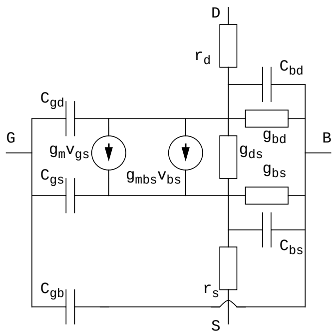
$$g_{ds,\text{ Lin}} = \left.\frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}}\right|_Q = \beta(V_{GS}-V_T-V_{DS})(1+\lambda V_{DS}) + \frac{I_D\lambda}{1+\lambda V_{DS}}$$

För det mättade området kan småsignalparametrarna beräknas till:

$$g_{m,\text{ Sat}} = \sqrt{2\beta|I_D|(1+\lambda V_{DS})} = \frac{2}{V_{GS}-V_T}I_D$$

$$g_{mbs,\text{ Sat}} = g_m\frac{\gamma}{2\sqrt{2|\phi_F|+V_{SB}}}$$

$$g_{ds,\text{ Sat}} = \frac{I_D\lambda}{1+\lambda V_{DS}}$$



Approximationer och förenklingar

I räkningarna kan ofta kanallängdsmodulationen försummas: $\lambda V_{DS} \ll 1$. (OBS! *Ibland* inte alls!)
Bulkeffekter kan ofta försummas: $V_T \approx V_{T0}$.
Småsignalparametern g_{ds} är oftast väldigt liten gentemot g_m, vilket gör att: $g_m \| g_{ds} \approx g_m$.
Vid enklare handräkning så försummas inverkan av parasitkapacitanser.
En diodkopplad transistor kan ersättas med en konduktans som är $g_{diod} = g_{ds} + g_m$.

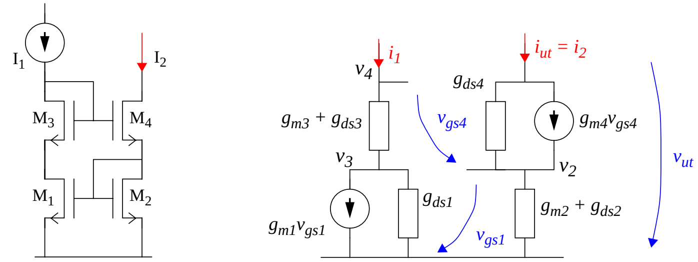
Uppgifter

Uppgift 3.3

Härled småsignalparametrarna. Svaret enligt teoridelen.

Uppgift 3.9

Uppgiften består i att beräkna $r_{ut} = v_{ut}/i_{ut}$. för den **modifierade Wilsonströmspegeln**. Småsignalschemat kan ritas som till höger.



För att beräkna utresistansen, så antas förutsättningen att $i_1 = 0$. Det inses i figuren ovan att då måste potentialen v_4 vara lika med potentialen v_3. Därmed fås också att:

$$v_{gs1} = v_{gs2} = v_{ds2} = v_2 = \frac{i_{ut}}{g_{m2}+g_{ds2}} \text{ och att } v_{gs4} = v_4 - v_2 = v_3 - v_2.$$

Genom att betrakta strömkällorna så inses att:

$$v_3 = -v_{gs1}\cdot g_{m1}/g_{ds1} = -\frac{i_{ut}}{g_{m2}+g_{ds2}}\cdot\frac{g_{m1}}{g_{ds1}} \text{ och att } v_{ut} = v_2 + \frac{i_{ut}-g_{m4}v_{gs4}}{g_{ds4}}$$

På så sätt fås att

$$v_{ut} = \frac{i_{ut}}{g_{m2}+g_{ds2}} + \frac{i_{ut}}{g_{ds4}} - \frac{g_{m4}}{g_{ds4}}\cdot\left[\underbrace{-\frac{i_{ut}}{g_{m2}+g_{ds2}}\cdot\frac{g_{m1}}{g_{ds1}}}_{} - \underbrace{\frac{i_{ut}}{g_{m2}+g_{ds2}}}_{}\right] =$$

$$= \frac{i_{ut}}{(g_{m2}+g_{ds2})\cdot g_{ds4}\cdot g_{ds1}}[g_{ds4}\cdot g_{ds1} + (g_{m2}+g_{ds2})\cdot g_{ds1} + g_{m4}\cdot g_{m1} + g_{ds1}]$$

Detta ger att utresistansen blir:

$$r_{ut} = \frac{v_{ut}}{i_{ut}} = \frac{g_{ds4}\cdot g_{ds1} + (g_{m2}+g_{ds2})\cdot g_{ds1} + g_{m4}\cdot g_{m1} + g_{ds1}}{(g_{m2}+g_{ds2})\cdot g_{ds4}\cdot g_{ds1}}$$

Uttrycket kan dock approximeras genom att sätta $g_{m2}+g_{ds2} \approx g_{m2}$ och att termen $g_{m4}\cdot g_{m1}$ är dominant i täljaren, vilket ger att

$$r_{ut} \approx \frac{g_{m4}\cdot g_{m1}}{g_{m2}\cdot g_{ds4}\cdot g_{ds1}} = g_{m4}\cdot r_{d4}\cdot\frac{g_{m1}}{g_{m2}}\cdot r_{d1}$$

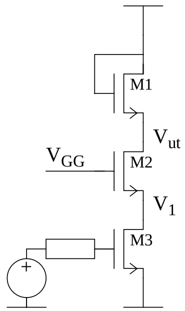
Vilket skulle visas.

Jämför detta med utresistansen som beräknades i teoridelen:

$$r_{ut,\,teori} = \frac{1}{g_{ds2}}\text{, dvs slarvigt uttryckt så är } r_{ut} = \frac{g_m}{g_{ds}} \cdot r_{ut,\,teori} \text{ (mycket större).}$$

Uppgift 3.10

Alla transistorer antas vara i mättnadsområdet. Försumma bulkeffekter. Rita upp ett småsignalschema för förstärkaren. På grund av att V_{GG} är konstant så kommer strömmen i transistor M2 att ges av $g_{m2}(0 - v_1) = -g_{m2}v_1$ och strömmen i transistor M3 ges enligt samma resonemang av $g_{m3}(v_{in} - 0) = g_{m3}v_{in}$. M1 är diodkopplad och därmed kan dess småsignalrepresentation skrivas som en konduktans $g_{m1} + g_{ds1}$. Med nodanalys så kan potentialerna i v_1 och v_{ut} räknas ut:

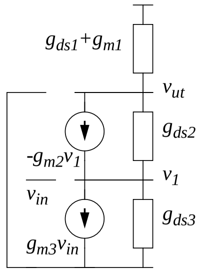


$$(0 - v_{ut})(g_{m1} + g_{ds1}) + (v_1 - v_{ut})g_{ds2} - (-g_{m2}v_1) = 0$$

$$(0 - v_1)g_{ds3} + (v_{ut} - v_1)g_{ds2} - g_{m3}v_{in} + (-g_{m2}v_1) = 0$$

Vilket ger att

$$\begin{bmatrix} -(g_{m1} + g_{ds1}) - g_{ds2} & (g_{m2} + g_{ds2}) \\ g_{ds2} & -g_{ds3} - (g_{m2} + g_{ds2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ut} \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ g_{m3}v_{in} \end{bmatrix}$$



Ekvationssystemet kan lösas och ger att

$$\frac{v_{ut}}{v_{in}} = \frac{-g_{m3}(g_{m2} + g_{ds2})}{(g_{m1} + g_{ds1} + g_{ds2})(g_{m2} + g_{ds2} + g_{ds3}) - (g_{m2} + g_{ds2})g_{ds2}}$$

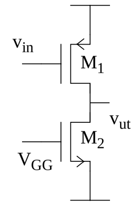
Om vi antar att $g_{dsi} \ll g_{mi}$ så kan förstärkningen skrivas som:

$$\frac{v_{ut}}{v_{in}} = \frac{-g_{m3} \cdot g_{m2}}{g_{m1} \cdot g_{m2} - 0} = -g_{m3}/g_{m1}$$

Antagandet $g_{dsi} \ll g_{mi}$ kan också tolkas som att man försummar kanallängdsmodulation. Detta betyder också att transistor M2 inte inverkar på resultatet (bestämmer endast potentialen V_1). Alla transistorer är mättade, dvs strömmar – och därmed förstärkning – beror inte på spänningarna v_{ds} och transistor M2 är redundant vid bestämmandet av strömmen i_D.

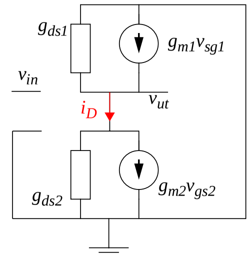
Uppgift 3.13

Spänningsförstärkningen skall beräknas för den inverterande förstärkaren. $W_1 = L_1 = W_2 = L_2 = 10\mu\text{m}$.



Småsignalschemat kan ställas upp. Det inses dock att i och med att $V_{GG} = v_{g2}$ och $V_{SS} = v_{s2}$ är konstanta så måste $g_{m2}v_{gs2} = 0$. Vilket ger att småsignalschemat kan skrivas om (förenklas – två parallellkopplade konduktanser).

Ur det förenklade småsignalschemat kan man därmed se att:



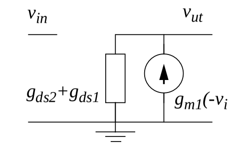
$$v_{ut} = \frac{g_{m1}v_{sg1}}{g_{ds1} + g_{ds2}} = -\frac{g_{m1}}{g_{ds1} + g_{ds2}}v_{in}$$

vilket ger spänningsförstärkningen

$$F = \frac{v_{ut}}{v_{in}} = -\frac{g_{m1}}{g_{ds1} + g_{ds2}}$$

Det antas att båda transistorerna arbetar i sina mättade områden. (V_{GG} väljs till att vara större än $v_{ut} + v_T$ och v_{in} tvingas att ligga i lämpligt arbetsområde.)

För detta område så gäller att



$$g_{m1} \approx \sqrt{2\beta_p|I_{DQ}|}\,,\ g_{ds1} \approx \lambda_p I_{DQ} \text{ och } g_{ds2} \approx \lambda_n I_{DQ}$$

Vilket ger att $(W/L = 1)$:

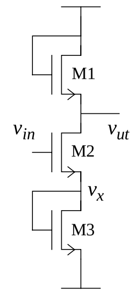
$$F = -\sqrt{2}\frac{\sqrt{K'_p}}{\lambda_p + \lambda_n} \cdot \frac{1}{\sqrt{I_{DQ}}}$$

Med värden insatta enligt tabell så är då $F \approx -0.1333 \cdot [I_{DQ}]^{-1/2}$.

Om $I_{DQ} = 0.1\mu\text{A}$ är $F \approx -422$, $I_{DQ} = 5\mu\text{A}$ ger $F \approx -60$ och $I_{DQ} = 100\mu\text{A}$ ger $F \approx -13$

Uppgift 3.14

Alla transistorer befinner sig i sina mättnadsområden och kanallängdsmodulationen försummas. $\beta_2/\beta_1 = \beta_3/\beta_1 = 50$.



För de tre transistorerna så fås drainströmmen – som är lika för alla tre:

$$i_D = \frac{\beta_1}{2}(V_{DD} - v_{ut})^2$$

$$i_D = \frac{\beta_2}{2}(v_{in} - v_x)^2$$

$$i_D = \frac{\beta_3}{2}(v_x - V_{SS})^2$$

För M3 kan potentialen v_x lösas ut enligt:

$$v_x = \sqrt{2i_D/\beta_3} + V_{SS}$$

Detta värde kan sättas in i uttrycket för M2:

$$v_{in} = \sqrt{2i_D/\beta_2} + \sqrt{2i_D/\beta_3} + V_{SS}$$

Genom att använda uttrycket för i_D för M3 så fås att:

$$v_{in} = \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}}\left|V_{DD} - v_{ut}\right| + \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_3}}\left|V_{DD} - v_{ut}\right| + V_{SS} = -\left(\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} + \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_3}}\right)v_{ut} + \text{Konstant}$$

Slutligen fås småsignalförstärkningen genom derivering (i vilopunkten):

$$A_v = \left.\frac{\partial v_{ut}}{\partial v_{in}}\right|_Q = \frac{1}{\left.\frac{\partial v_{in}}{\partial v_{ut}}\right|_Q} = -\left[\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} + \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_3}}\right]^{-1} = -\frac{\sqrt{50}}{2} \approx -3.54$$