Lektion 3

Uppgifter (Lektion): **3.15 3.16 3.20 3.26**

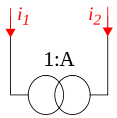
Uppgifter (Rek.):

Teoretiska moment: **Strömspeglar, Enkla förstärkarsteg**

Teori

Strömspegeln (Strömförstärkare)

En strömspegel, strömförstärkare, har idealt sett en oändligt liten inresistans $r_{in} = 0$ och oändligt hög utresistans $r_{ut} = \infty$. Idealt sett är förstärkningen given enligt: $i_2 = Ai_1$.

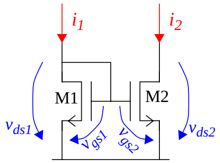


En strömspegel kan i dess enklaste form realiseras med två NMOS (PMOS) transistorer där den ena transistorn, M1, är diodkopplad, dvs $v_{gs1} = v_{ds1}$. Dessutom är de båda transistorernas gate sammankopplade, $v_{gs1} = v_{gs2} = v_{gs}$. En förutsättning för att strömspegeln skall fungera önskvärt är att M2 måste vara mättad, dvs $v_{ds2} > v_{gs2} - v_T$ – M1 är alltid mättad eftersom $v_{ds1} = v_{gs1} > v_{gs1} - v_T$.

Strömformlerna för det mättade området är:

$$i_1 = 0.5\beta_1(v_{gs1} - v_{T1})^2(1 + \lambda_1 v_{ds1})$$

$$i_2 = 0.5\beta_2(v_{gs2} - v_{T2})^2(1 + \lambda_2 v_{ds2})$$



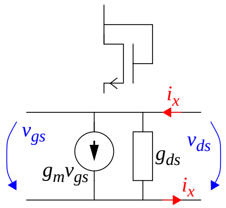
Detta ger förstärkningen

$$A = \frac{i_2}{i_1} = \frac{\beta_2(v_{gs2} - v_{T2})^2(1 + \lambda_2 v_{ds2})}{\beta_1(v_{gs1} - v_{T1})^2(1 + \lambda_1 v_{ds1})} = \frac{\beta_2(v_{gs} - v_{T2})^2(1 + \lambda_2 v_{ds2})}{\beta_1(v_{gs} - v_{T1})^2(1 + \lambda_1 v_{gs})}$$

Om vi försummar bulkeffekter (eller sätter att $v_{T2} = v_{T1}$) och kanallängdsmodulation så fås att förstärkningen blir:

$$A = \frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{S_2}{S_1}$$

Förstärkningen beror alltså på storleksförhållandet mellan de båda transistorerna. Om vi betraktar småsignalschemat för spegeln så kan vi beräkna in- och utresistans (för småsignaler). Småsignalschemat för en diodkopplad transistor kan beräknas enligt figuren till höger. Med hjälp av KVL och ohms lag så inses att:



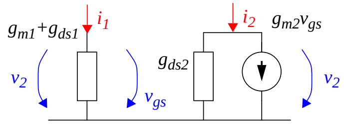
$$v_{ds} = v_{gs} = \frac{1}{g_{ds}}(i_x - g_m v_{gs}) \Rightarrow \frac{i_x}{v_{ds}} = g_{ds} + g_m$$

Ur schemat kan ses att

$$r_{in} = r_1 = \left.\frac{v_1}{i_1}\right|_{v_2 = i_2 = 0} = \frac{1}{g_{m1} + g_{ds1}} \approx \frac{1}{g_{m1}} \approx \frac{1}{\sqrt{2\beta_1 I_{1Q}}}$$

och att

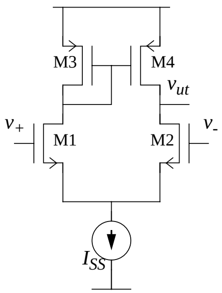
$$r_{ut} = r_2 = \left.\frac{v_2}{i_2}\right|_{v_1 = i_1 = 0} = \frac{1}{g_{ds2}} \approx \frac{1}{\lambda_2 I_{2Q}}$$

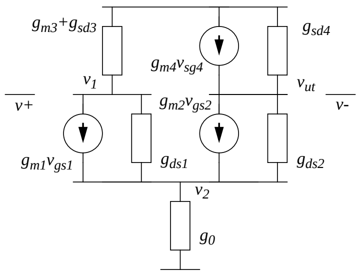


Det kan inses att r_{ut} inte är tillräckligt hög – optimalt var oändligt hög utresistans och oändligt liten inresistans – och att r_{in} är inte tillräckligt liten för att spegeln skall vara “bra nog”. Man kan också se att det finns matchningsproblem mellan de olika transistorerna, dvs förstärkningen beror på variationer i de olika parametrarna. Om det finns variationer i λ_i och v_{Ti} så kan dessa påverka förstärkningen mycket. Det finns andra, bättre typer av strömspeglar, som inte är mer matchningsoberoende, se bland annat uppgift 3.8 och 3.9.

Uppgifter

Uppgift 3.15





Analysen görs med nodanalys där tre noder kan identifieras: v_1, v_2 och v_{ut}. Man kan också identifiera att $v_{gs1} = v_+ - v_2$, $v_{gs2} = v_- - v_2$ och $v_{sg4} = 0 - v_1$.
Enligt uppgiften kan vi också anta att konduktanserna är lika: $g_{mn} = g_{m1} = g_{m2}$, $g_{mp} = g_{m3} = g_{m4}$, $g_{dn} = g_{ds1} = g_{ds2}$ samt $g_{dp} = g_{sd3} = g_{sd4}$. Låt $g_p = g_{mp} + g_{dp}$ och $g_n = g_{mn} + g_{dn}$, detta ger ett ekvationssystem som därefter kan skrivas på matrisform:

$$\begin{bmatrix} -g_{m3} - g_{sd3} - g_{ds1} & g_{m1} + g_{ds1} & 0 \\ g_{ds1} & -g_0 - (g_{m1} + g_{ds1}) - (g_{m2} + g_{ds2}) & g_{ds2} \\ -g_{m4} & g_{m2} + g_{ds2} & -(g_{sd4} + g_{ds2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_{ut} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{m1}v_+ \\ -g_{m1}v_+ - g_{m2}v_- \\ g_{m2}v_- \end{bmatrix}$$

Genom att införa omskrivningarna så fås:

$$\begin{bmatrix} -(g_p + g_{dn}) & g_n & 0 \\ g_{dn} & -(g_0 + 2g_n) & g_{dn} \\ -g_{mp} & g_n & -(g_{dp} + g_{dn}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_{ut} \end{bmatrix} = g_{mn} \begin{bmatrix} v_+ \\ -(v_+ + v_-) \\ v_- \end{bmatrix}$$

Cramers regel används för att räkna ut v_{ut}. Determinanten för den ursprungliga matrisen blir:

$$Det = -(g_p + g_{dn})(g_0 + 2g_n)(g_{dp} + g_{dn}) - g_n g_{dn} g_{mp} + g_{dn} g_n (g_{mp} + g_{dn}) + g_n g_{dn}(g_p + g_{dn}) =$$
$$= -g_0(g_p + g_{dn})(g_{dp} + g_{dn}) - 2g_n[g_{dp}^2 - g_{dn}^2 + g_{mp}(g_{dn} + g_{dp})]$$

Den täljardel i uttrycket som hör till v_+ kan beräknas till:

$$A'_{pos} = g_{mn}[-g_{mp}(g_0 + 2g_n) + g_n g_{mp} + g_{dn} g_n - g_n(g_p + g_{dn})] =$$
$$= -g_{mn}[g_0 g_{mp} + g_n(g_p + g_{mp})]$$

Täljardelen för v_- beräknas till:

$$A'_{neg} = g_{mn}[(g_p + g_{dn})(g_0 + 2g_n) + g_n g_{mp} - g_n(g_p + g_{dn}) - g_n g_{dn}] =$$
$$= g_{mn}[g_0(g_p + g_{dn}) + g_n(g_p + g_{mp})]$$

Enligt uppgiften skulle vi bestämma common-mode och differentiella förstärkningen A_{cm} respektive A_{dm}. Enligt teorin för differentialförstärkare så fås $A_{cm} = [A'_{pos} + A'_{neg}]/Det$ och att $A_{dm} = 0.5[A'_{pos} - A'_{neg}]/Det$.

Därmed är

$$A_{dm} = \frac{-1}{Det} \cdot g_{mn} g_{mp}\left[g_0\left(1 + \frac{g_{dp} + g_{dn}}{2g_{mp}}\right) + g_n\left(2 + \frac{g_{dp}}{g_{mp}}\right)\right] \text{ och } A_{cm} = \frac{g_{mn} g_0 (g_{dn} + g_{dp})}{Det}$$

Enligt approximationer $g_{mp}, g_{mn} \gg g_0, g_{dn}, g_{dp}$ så fås att:

$$A_{dm} \approx \frac{-2g_{mn} g_{mn} g_{mp}}{-2g_{mn} g_{mp}(g_{dp} + g_{dn})} = \frac{g_{mn}}{(g_{dp} + g_{dn})} \text{ och } A_{cm} \approx \frac{g_{mn} g_0 (g_{dn} + g_{dp})}{-2g_{mn} g_{mp}(g_{dp} + g_{dn})} = -\frac{g_0}{2g_{mp}}$$

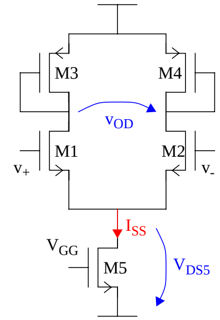
Transistorerna är mättade så därför fås att:

$$A_{dm} = \frac{\sqrt{2\beta_n I_{SS}/2}}{(\lambda_n + \lambda_p) I_{SS}/2} \approx \begin{cases} 123 & I_{SS} = 10\mu A \\ 389 & I_{SS} = 1\mu A \end{cases}$$

Slew rate för systemet är givet av $SR = max\dfrac{dv_{out}(t)}{dt} = max\dfrac{i_{ut}(t)}{C} = \dfrac{max\, i_{ut}(t)}{C} = \dfrac{I_{SS}}{C}$

CMRR kan beräknas enligt: $CMRR = \dfrac{A_{dm}}{|A_{cm}|} = \dfrac{2g_{mn} g_{mp}}{(g_{dp} + g_{dn})g_0}$

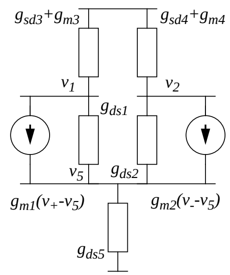
Uppgift 3.16



$max\{v_-\}$ och $min\{v_+\}$ kan beräknas enligt tidigare metoder. Kravet är fortfarande att alla transistorer skall vara mättade. Inför beteckningen $V_{DSi,\,sat} = \Delta V_i$. Därmed kan resultatet beräknas med hjälp av potentialvandring från V_{DD}:

$$max\{v_-\} = V_{DD} - (\Delta V_4 + |V_{T4}|) - \Delta V_2 + \Delta V_2 + V_{T2} =$$
$$= V_{DD} - |V_{T4}| + V_{T2} - \sqrt{I_{SS}/\beta_4} = V_{DD} - 2.5/\sqrt{S_4}$$

Där det sista resultatet är givet efter tabellvärden.



Kretsen är symmetrisk så det spelar ingen roll vilken sida som betraktas vid beräkning av maximal och minimal insignal:

$$min\{v_+\} = V_{SS} + \Delta V_5 + \Delta V_1 + V_{T1} =$$
$$= V_{SS} + \sqrt{2I_{SS}/\beta_5} + \sqrt{I_{SS}/\beta_1} + V_{T1} =$$
$$= V_{SS} + 1 + 2.43/\sqrt{S_5} + 1.72/\sqrt{S_1}$$

Sista resultatet är givet enligt tabellvärden.

Vid beräkningen av differentiella förstärkningen så skulle man kunna beräkna bara för en gren och sedan generalisera svaret. Betraktar man dock hela förstärkaren så kan man med nodanalys få ekvationssystemet:

$$(0-v_1)(g_{sd3}+g_{m3})+(v_5-v_1)g_{ds1}-g_{m1}(v_+-v_5) = 0$$
$$(0-v_5)g_{ds5}+(v_1-v_5)g_{ds1}+(v_2-v_5)g_{ds2}+g_{m1}(v_+-v_5)+g_{m2}(v_--v_5) = 0$$
$$(0-v_2)(g_{sd4}+g_{m4})+(v_5-v_2)g_{ds2}-g_{m2}(v_--v_5) = 0$$

Det kan antas att $g_{m3}+g_{sd3} = g_{m4}+g_{sd4} = g_{mp}+g_{dsp} = g_p$, $g_{m1} = g_{m2} = g_{mn}$ och $g_{ds1} = g_{ds2} = g_{dsn}$. Med beteckningen $g_{mn} = g_{m1}+g_{ds1}$ fås matrisen:

$$\begin{bmatrix} -(g_p+g_{dsn}) & g_{mn} & 0 \\ g_{dsn} & -(2g_n+g_{ds5}) & g_{dsn} \\ 0 & g_{mn} & -(g_p+g_{dsn}) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_5 \\ v_2 \end{bmatrix} = g_{mn}\begin{bmatrix} v_+ \\ -(v_++v_-) \\ v_- \end{bmatrix}$$

Med Cramers regel så fås att:

$$Det = 2(g_p+g_{dsn})g_{mn}g_{dsn}-(g_p+g_{dsn})^2(2g_n+g_{ds5})$$

$$v_1 = \frac{g_{mn}}{Det}[v_+((2g_n+g_{ds5})(g_p+g_{dsn})-g_{mn}g_{dsn}-g_{mn}(g_p+g_{dsn}))+v_-(g_{mn}g_{dsn}-g_{mn}(g_p+g_{dsn}))]$$

$$v_2 = \frac{g_{mn}}{Det}[v_+(g_{mn}g_{dsn}-g_{mn}(g_p+g_{dsn}))+v_-((2g_n+g_{ds5})(g_p+g_{dsn})-g_{mn}g_{dsn}-g_{mn}(g_p+g_{dsn}))]$$

Den differentiella utsignalen skrivs som skillnaden mellan v_1 och v_2, $v_{out} = v_1-v_2$:

$$v_{out} = \frac{g_{mn}}{Det}(v_+-v_-)[(2g_n+g_{ds5})(g_p+g_{dsn})-g_{mn}g_{dsn}-g_{mn}(g_p+g_{dsn})-g_{mn}g_{dsn}+g_{mn}(g_p+g_{dsn})]$$

Förenklingar av uttrycken ger:

$$v_{out} = \frac{g_{mn}}{Det}(v_+-v_-)[g_{ds5}(g_p+g_{dsn})+2(g_ng_p+g_{dsn}^2)]$$
$$Det = -(g_p+g_{dsn})(g_{ds5}(g_p+g_{dsn})+2(g_pg_n+g_{dsn}^2))$$

Detta ger att $v_{out} = -\dfrac{g_{mn}}{g_p+g_{dsn}}(v_+-v_-)$

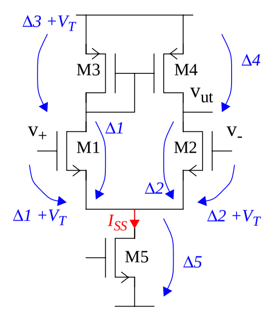
Därmed inses att den differentiella förstärkningen är just

$$A_d = -\frac{g_{mn}}{g_p+g_{dsn}} \approx \frac{g_{m1}}{g_{m3}}$$

Med värden insatta, transistorerna är mättade:

$$A_d \approx \sqrt{\frac{2K'_nS_1(I_{SS}/2)}{2K'_pS_3(I_{SS}/2)}} \approx 1.46\sqrt{S_1/S_3}$$

Uppgift 3.20



I figuren kan vi definiera $\Delta i = v_{dsi,sat}$ och V_T är tröskelspänningen. Observera att olika värden kommer att användas beroende på transistortyp.
Vänstersidan i differentialförstärkaren bestämmer insignalområdet (worst case) eftersom transistor M3 tar upp större spänningsområde än M4 ($\Delta3+|V_{T3}|>\Delta4$). Högersidan bestämmer naturligtvis utsignalområdet.
CMR kan bestämmas med hjälp av enkel potentialvandring. Den minsta möjliga och största möjliga insignalspänningen skall beräknas. Kravet är att alla transistorer är mättade. Detta ger att:

$$v_{in,l} = V_{SS}+\Delta5+v_{gs1} = V_{SS}+\Delta5+\Delta1+V_{T1} =$$
$$= V_{SS}+V_{T1}+\sqrt{2I_{SS}/\beta_5}+\sqrt{2I_{SS}/(2\beta_1)}$$
$$v_{in,h} = V_{DD}-(\Delta3+|V_{T3}|)-\Delta1+v_{gs1} = V_{DD}-\sqrt{2I_{SS}/(2\beta_3)}-|V_{T3}|+V_{T1}$$

För utsignalområdet så kan samma resonemang användas:

$$v_{out,l} = V_{SS}+\Delta5+\Delta2 = \underbrace{V_{SS}+\Delta5+v_{gs2}}-V_{T2} = -V_{T2}+v_{N,min}$$
$$v_{out,h} = V_{DD}-\Delta4 = V_{DD}-\sqrt{2\beta_4(I_{SS}/2)}$$

Med tabellvärden insatta så fås att:

$$CMR = [v_{in,l}, v_{in,h}] \approx [2.24, 4.68]\,\mathrm{V}$$

Output range $= [v_{out,l}, v_{out,h}] \approx [v_{N,min}-1, 4.68] \approx [1.24, 4.68]$ V. $v_{N,min}$ uppskattas med $v_{in,l}$.

Uppgift 3.26

Enligt förra uppgiften kan vi skriva överföringsfunktionen för en OP som:

$$A_v(s) = A_0\frac{(1-s/z_1)}{(1-s/p_1)(1-s/p_2)}$$

Dessutom är $p_1 = -GB/A_0$ och enligt uppgift är $z_1 = 10\cdot GB$. Fasmarginalen då $\omega = GB$, dvs $s = jGB$ skall undersökas.

$$A_v(jGB) = A_0\frac{1-\dfrac{jGB}{10GB}}{\left(1-j\dfrac{GB}{-GB/A_0}\right)\left(1-j\dfrac{GB}{p_2}\right)} = \frac{1-0.1j}{(j+1/A_0)(1-jGB/p_2)}$$

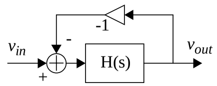
På grund av att A_0 är stort så kan funktionen approximativt skrivas som

$$A_v(jGB) \approx -\frac{0.1+j}{(1-jGB/p_2)} \approx e^{j\pi}\cdot 1.005e^{j1.471}\cdot[1+(GB/p_2)^2]^{-1/2}e^{-(-jarc\tan(GB/p_2))}$$

vilket ger att

$$\arg[A_v(jGB)] = \pi+1.471+arc\tan(GB/p_2)$$

:Systemet kan betraktas återkopplat enligt ovan i teoridelen.Kravet på fasmarginalen $\phi_m = \pi / 4$ betyder att



$$\pi + \arg[A_v(jGB)] = \frac{\pi}{4} \text{ dvs att}$$

$$2\pi + 1.471 + arc\tan(GB/p_2) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow GB/p_2 = \tan\left(\frac{\pi}{4} - 1.471 - 2\pi\right) = -0.818$$

Vilket ger att

$$p_2 = -1.22GB$$