Lektion 2

Uppgifter (Lektion): **3.8 3.9 3.13**

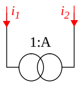
Uppgifter (Rek.): *3.11 3.14*

Teoretiska moment: **Kretsberäkningar**

Teori

Strömspegeln (Strömförstärkare)

En strömspegel, strömförstärkare, har idealt sett en oändligt liten inresistans $r_{in} = 0$ och oändligt hög utresistans $r_{ut} = \infty$. Idealt sett är förstärkningen given enligt: $i_2 = Ai_1$.

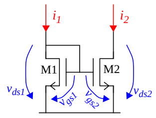


En strömspegel kan i dess enklaste form realiseras med två NMOS (PMOS) transistorer där den ena transistorn, M1, är diodkopplad, dvs $v_{gs1} = v_{ds1}$. Dessutom är de båda transistorernas gate sammankopplade, $v_{gs1} = v_{gs2} = v_{gs}$. En förutsättning för att strömspegeln skall fungera önskvärt är att M2 måste vara mättad, dvs $v_{ds2} > v_{gs2} - v_T$ – M1 är alltid mättad eftersom $v_{ds1} = v_{gs1} > v_{gs1} - v_T$.

Strömformlerna för det mättade området är:

$$i_1 = 0.5\beta_1(v_{gs1} - v_{T1})^2(1 + \lambda_1 v_{ds1})$$

$$i_2 = 0.5\beta_2(v_{gs2} - v_{T2})^2(1 + \lambda_2 v_{ds2})$$



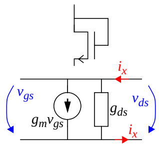
Detta ger förstärkningen

$$A = \frac{i_2}{i_1} = \frac{\beta_2(v_{gs2} - v_{T2})^2(1 + \lambda_2 v_{ds2})}{\beta_1(v_{gs1} - v_{T1})^2(1 + \lambda_1 v_{ds1})} = \frac{\beta_2(v_{gs} - v_{T2})^2(1 + \lambda_2 v_{ds2})}{\beta_1(v_{gs} - v_{T1})^2(1 + \lambda_1 v_{gs})}$$

Om vi försummar bulkeffekter (eller sätter att $v_{T2} = v_{T1}$) och kanallängdsmodulation så fås att förstärkningen blir:

$$A = \frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{S_2}{S_1}$$

Förstärkningen beror alltså på storleksförhållandet mellan de båda transistorerna. Om vi betraktar småsignalschemat för spegeln så kan vi beräkna in- och utresistans (för småsignaler). Småsignalschemat för en diodkopplad transistorn kan beräknas enligt figuren till höger. Med hjälp av KVL och ohms lag så inses att:



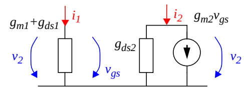
$$v_{ds} = v_{gs} = \frac{1}{g_{ds}}(i_x - g_m v_{gs}) \Rightarrow \frac{i_x}{v_{ds}} = g_{ds} + g_m$$

Ur schemat kan ses att

$$r_{in} = r_1 = \left.\frac{v_1}{i_1}\right|_{v_2 = i_2 = 0} = \frac{1}{g_{m1} + g_{ds1}} \approx \frac{1}{g_{m1}} \approx \frac{1}{\sqrt{2\beta_1 I_{1Q}}}$$

och att

$$r_{ut} = r_2 = \left.\frac{v_2}{i_2}\right|_{v_1 = i_1 = 0} = \frac{1}{g_{ds2}} \approx \frac{1}{\lambda_2 I_{2Q}}$$



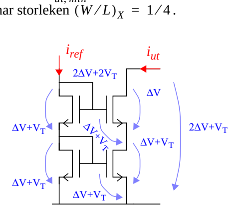
Det kan inses att r_{ut} inte är tillräckligt hög – optimalt var oändligt hög utresistans och oändligt liten inresistans – och att r_{in} är inte tillräckligt liten för att spegeln skall vara “bra nog”. Man kan också se att det finns matchningsproblem mellan de olika transistorerna, dvs förstärkningen beror på variationer i de olika parametrarna. Om det finns variationer i λ_i och v_{Ti} så kan dessa påverka förstärkningen mycket. Det finns andra, bättre typer av strömspeglar, som inte är mer matchningsoberoende, se bland annat uppgift 3.8 och 3.9.

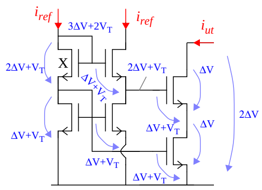
Uppgifter

Uppgift 3.8

Alla transistorer skall arbeta i mättnadsområdet. Det innebär att drain-sourcespänningen måste väljas så att: $v_{DS} > v_{GS} - v_T = v_{DS,\,Sat} = \Delta V$ (Naturligtvis är $v_{GS} > v_T$).

Beräkna $v_{ut,\,min}$ om alla transistorer är lika stora $W/L = 1/1$ förutom för transistor X som har storleken $(W/L)_X = 1/4$.





Om vi antar att alla transistorer är mättade och att bulk- och kanallängdsmodulationseffekter ignoreras så kan vi lätt inse att utströmmen i_{ut} måste vara lika med referensströmmarna i_{ref} på grund av att det är den nedre NMOStransistorn – i princip – i varje gren som bestämmer strömmen. De nedre NMOStransistorerna har alla samma $v_{GS} = \Delta V + v_T$.

I det första fallet så kan vi också konstatera att alla transistorer måste ha samma v_{GS} eftersom det är samma ström som flyter genom båda grenar och att transistorerna är lika stora. Därmed kan vi göra en enkel potentialvandring (börja “i nedre vänstra hörnet”) och finna att den minsta utspänningen för att garantera mättnad i alla transistorer är:

$$v_{ut,\,min} = 2\Delta V + v_T$$

För det andra fallet måste vi undersöka hur den “avvikande” transistorn uppträder. Vi kan jämföra den med transistorn under genom vilken det flyter *samma* ström, dvs

$$i_{ref} = \frac{\beta}{2}\Delta V^2 = \frac{\beta}{4 \cdot 2}\Delta {V_x}^2 \Rightarrow \Delta V_x = 2\Delta V \Rightarrow v_{DS,\,X} = 2\Delta V + v_T$$

Genom att fullfölja en potentialvandring genom kretsen så kan man upptäcka att den minsta möjliga utspänningen nu är:

$$v_{ut,\,min} = 2\Delta V$$

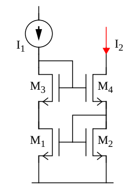
Om $i_{ref} = 50\mu$ A och $v_{ut,\,sat} = v_{us,\,min} = 1$ V så kan vi bestämma storlekarna enligt:

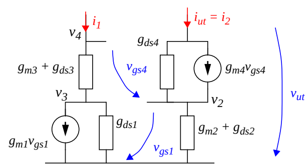
$$i_{ref} = i_{ut} = \frac{\beta}{2} \cdot \left(\frac{v_{ut,\,sat}}{2}\right)^2 \Rightarrow \beta = \frac{8 \cdot i_{ut}}{v_{ut,\,sat}^2} = 400 \cdot 10^{-6} \Rightarrow \frac{W}{L} \approx 23.5$$

Uppgift 3.9

Uppgiften består i att beräkna $r_{ut} = v_{ut}/i_{ut}$. för den **modifierade Wilsonströmspegeln**.

Småsignalschemat kan ritas som till höger.





För att beräkna utresistansen, så antas förutsättningen att $i_2 = 0$. Det inses i figuren ovan att då måste potentialen v_4 vara lika med potentialen v_3. Därmed fås också att:

$$v_{gs1} = v_{gs2} = v_{ds2} = v_2 = \frac{i_{ut}}{g_{m2} + g_{ds2}} \text{ och att } v_{gs4} = v_4 - v_2 = v_3 - v_2 .$$

Genom att betrakta strömkällorna så inses att:

$$v_3 = -v_{gs1} \cdot g_{m1}/g_{ds1} = -\frac{i_{ut}}{g_{m2} + g_{ds2}} \cdot \frac{g_{m1}}{g_{ds1}} \text{ och att } v_{ut} = v_2 + \frac{i_{ut} - g_{m4}v_{gs4}}{g_{ds4}}$$

På så sätt fås att

$$v_{ut} = \frac{i_{ut}}{g_{m2} + g_{ds2}} + \frac{i_{ut}}{g_{ds4}} - \frac{g_{m4}}{g_{ds4}} \cdot \left[\underbrace{-\frac{i_{ut}}{g_{m2} + g_{ds2}} \cdot \frac{g_{m1}}{g_{ds1}}} - \underbrace{\frac{i_{ut}}{g_{m2} + g_{ds2}}} \right] =$$

$$= \frac{i_{ut}}{(g_{m2} + g_{ds2}) \cdot g_{ds4} \cdot g_{ds1}}[g_{ds4} \cdot g_{ds1} + (g_{m2} + g_{ds2}) \cdot g_{ds1} + g_{m4} \cdot g_{m1} + g_{ds1}]$$

Detta ger att utresistansen blir:

$$r_{ut} = \frac{v_{ut}}{i_{ut}} = \frac{g_{ds4} \cdot g_{ds1} + (g_{m2} + g_{ds2}) \cdot g_{ds1} + g_{m4} \cdot g_{m1} + g_{ds1}}{(g_{m2} + g_{ds2}) \cdot g_{ds4} \cdot g_{ds1}}$$

Uttrycket kan dock approximeras genom att sätta $g_{m2} + g_{ds2} \approx g_{m2}$ och att termen $g_{m4} \cdot g_{m1}$ är dominant i täljaren, vilket ger att

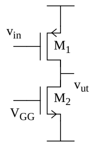
$$r_{ut} \approx \frac{g_{m4} \cdot g_{m1}}{g_{m2} \cdot g_{ds4} \cdot g_{ds1}} = g_{m4} \cdot r_{d4} \cdot \frac{g_{m1}}{g_{m2}} \cdot r_{d1}$$

Vilket skulle visas.
Jämför detta med utresistansen som beräknades i teoridelen:

$$r_{ut,\,teori} = \frac{1}{g_{ds2}} \text{, dvs slarvigt uttryckt så är } r_{ut} = \frac{g_m}{g_{ds}} \cdot r_{ut,\,teori} \text{ (mycket större).}$$

Uppgift 3.13

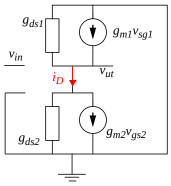
Spänningsförstärkningen skall beräknas för den inverterande förstärkaren. $W_1 = L_1 = W_2 = L_2 = 10\mu\text{m}$.



Småsignalschemat kan ställas upp. Det inses dock att i och med att $V_{GG} = v_{g2}$ och $V_{SS} = v_{s2}$ är konstanta så måste $g_{m2}v_{gs2} = 0$. Vilket ger att småsignalschemat kan skrivas om (förenklas – två parallellkopplade konduktanser).

Ur det förenklade småsignalschemat kan man därmed se att:

$$v_{ut} = \frac{g_{m1}v_{sg1}}{g_{ds1} + g_{ds2}} = -\frac{g_{m1}}{g_{ds1} + g_{ds2}}v_{in}$$



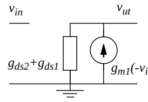
vilket ger spänningsförstärkningen

$$F = \frac{v_{ut}}{v_{in}} = -\frac{g_{m1}}{g_{ds1} + g_{ds2}}$$

Det antas att båda transistorerna arbetar i sina mättade områden. (V_{GG} väljs till att vara större än $v_{ut} + v_T$ och v_{in} tvingas att ligga i lämpligt arbetsområde.)

För detta område så gäller att

$$g_{m1} \approx \sqrt{2\beta_p|I_{DQ}|},\ g_{ds1} \approx \lambda_p I_{DQ} \text{ och } g_{ds2} \approx \lambda_n I_{DQ}$$



Vilket ger att ($W/L = 1$):

$$F = -\sqrt{2}\frac{\sqrt{K'_p}}{\lambda_p + \lambda_n} \cdot \frac{1}{\sqrt{I_{DQ}}}$$

Med värden insatta enligt tabell så är då $F \approx -0.1333 \cdot [I_{DQ}]^{-1/2}$.

Om $I_{DQ} = 0.1\mu\text{A}$ är $F \approx -422$, $I_{DQ} = 5\mu\text{A}$ ger $F \approx -60$ och $I_{DQ} = 100\mu\text{A}$ ger $F \approx -13$

Uppgift 3.11

$k_i = 0.5 \cdot K'_n \cdot S_i$ och $V_{Ti} = V_{T0}$. Dvs alla bulkar är satta till source, dvs $V_{SB} = 0$. Alla transistorer arbetar i mättnadsområdet och alla är av NMOStyp.

Det ses snabbt att $i_3 = i_2$ och att $i_0 = i_1 + i_3 = i_1 + i_2$ samt att $v_{gs2} = v_{ds2} = v_{gs1}$.

För M2 som är diodkopplade gäller att $i_2 = k_2(v_{gs2} - V_{T02})^2$. Kanallängdsmodulation försummas. Ur detta samband kan härledas att

$$v_{gs2} = \sqrt{i_2/k_2} + V_{T02}$$

För M1 gäller således att

$$i_1 = k_1(v_{gs1} - V_{T01})^2 = k_1(v_{gs2} - V_{T01})^2 = k_1(\sqrt{i_2/k_2} + V_{T02} - V_{T01})^2.$$

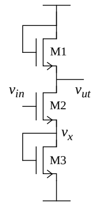
Och med KCL så fås det eftersökta svaret:

$$i_0 = i_3 + k_1(\sqrt{i_3/k_2} + V_{T02} - V_{T01})^2$$

Transistor M1 och M3 är av depletion mode, dvs att deras tröskelspänning kan vara negativ, i denna uppgift så påverkar det dock inte svaret (däremot i uppgift 3-12.)

Uppgift 3.14

Alla transistorer befinner sig i sina mättnadsområden och kanallängdsmodulationen försummas. $\beta_2/\beta_1 = \beta_3/\beta_1 = 50$.



För de tre transistorerna så fås drainströmmen – som är lika för alla tre:

$$i_D = \beta_1(V_{DD} - v_{ut})^2$$

$$i_D = \beta_2(v_{in} - v_x)^2$$

$$i_D = \beta_3(v_x - V_{SS})^2$$

För M3 kan potentialen v_x lösas ut enligt:

$$v_x = \sqrt{i_D/\beta_3} + V_{SS}$$

Detta värde kan sättas in i uttrycket för M2:

$$v_{in} = \sqrt{i_D/\beta_2} + \sqrt{i_D/\beta_3} + V_{SS}$$

Genom att använda uttrycket för i_D för M3 så fås att:

$$v_{in} = \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}}|V_{DD} - v_{ut}| + \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_3}}|V_{DD} - v_{ut}| + V_{SS} = -\left(\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} + \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_3}}\right)v_{ut} + \text{Konstant}$$

Slutligen fås småsignalförstärkningen genom derivering (i vilopunkten):

$$A_v = \left.\frac{\partial v_{ut}}{\partial v_{in}}\right|_Q = \frac{1}{\left.\frac{\partial v_{in}}{\partial v_{ut}}\right|_Q} = -\left[\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} + \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_3}}\right]^{-1} = -\frac{\sqrt{50}}{2} \approx -3.54$$