



# Teknisk Dokumentation

Redaktör Björn Kleman

9 december 2020

Version 0.1



## Status

Granskad	Robin Holmbom	
Godkänd	Lars Eriksson	



## Projektidentitet

Grupp E-post: [fabsu408@student.liu.se](mailto:fabsu408@student.liu.se)

Hemsida: TBD

Beställare: Lars Eriksson, Linköpings universitet  
Tfn: 013-28 44 09  
E-post: [lars.eriksson@liu.se](mailto:lars.eriksson@liu.se)

Kund: Fredrik Wemmert, Volvo Cars Corporation  
Tfn:  
E-post: [fredrik.wemmert@volvocars.com](mailto:fredrik.wemmert@volvocars.com)

Handledare: Robin Holmbom, Linköpings universitet  
Tfn: 013-28 13 27  
E-post: [robin.holmbom@liu.se](mailto:robin.holmbom@liu.se)

Kursansvarig: Daniel Axehill, Linköpings universitet  
Tfn: 013-28 40 42  
E-post: [daniel.axehill@liu.se](mailto:daniel.axehill@liu.se)

## Projektdeltagare

Namn	Ansvar	E-post
Fabian Sund	Projektledare	<a href="mailto:fabsu408@student.liu.se">fabsu408@student.liu.se</a>
Josef Aziz	Mjukvaruansvarig	<a href="mailto:josaz558@student.liu.se">josaz558@student.liu.se</a>
Fuad Hanic	Komponentansvarig	<a href="mailto:fuaha830@student.liu.se">fuaha830@student.liu.se</a>
Johnny Josefsson	Informationsansvarig	<a href="mailto:johjo321@student.liu.se">johjo321@student.liu.se</a>
Sanna Renius	Komponentansvarig	<a href="mailto:sanre362@student.liu.se">sanre362@student.liu.se</a>
Henrik Holmberg	Mjukvaruansvarig	<a href="mailto:henho614@student.liu.se">henho614@student.liu.se</a>
Björn Kleman	Dokumentansvarig	<a href="mailto:bjok1139@student.liu.se">bjok1139@student.liu.se</a>
Jesper Rylander	Designansvarig	<a href="mailto:jesry572@student.liu.se">jesry572@student.liu.se</a>
Gustav Mann	Kvalitetsansvarig	<a href="mailto:gusma709@student.liu.se">gusma709@student.liu.se</a>
Henrik Lindgren	Testansvarig	<a href="mailto:henli430@student.liu.se">henli430@student.liu.se</a>



## INNEHÅLL

1	Inledning	1
1.1	Beteckningar	1
2	Trottel	2
2.1	Trottelmodell	3
2.2	Resultat och diskussion	4
3	Insugsrör	6
3.1	Resultat och Diskussion	6
4	VVT	8
4.1	Alternativ 1: Black-Box modell	8
4.2	Alternativ 3: Parametrisering	12
5	MPC	16
5.1	Linjärisering och Diskretisering	16
5.2	Kostnadsfunktion	18
5.3	Tillstånd och styrsignaler	19
5.4	Målfunktion	19
5.5	Bivillkor	20
5.6	Integraldel	20
5.7	Hantering av fel i aktuatorer	20
5.8	Extended Kalman Filter	21
5.9	qpOASES	21
6	Applicering i Motorcell	21
7	Framtida utveckling	22
7.1	Trottel	22
7.2	Insugsrör	22
7.3	VVT	22
7.4	MPC	22



## DOKUMENTHISTORIK

Version	Datum	Utförda ändringar	Utförda av	Granskad
0.1	2020-10-07	Första versionen	Projektgruppen	BK
0.2	2020-12-09	Andra versionen	Projektgruppen	BK



# 1 INLEDNING

Detta dokument beskriver det CDIO-projekt som utförs av projektgruppen vid Linköpings Universitet hösten 2020. Projektet utförs i samarbete med Volvo Cars.

Projektets syfte är att utgå från tidigare års arbete och utveckla en MPC-regulator för styrning av trottelt, insugsrör och VVT i en förbränningsmotor.

## 1.1 Beteckningar

I tabell 1 listas förkortningar och begrepp som kommer att användas i denna rapport.

Beteckning	Beskrivning
MPC	Modellbaserad Prediktionsreglering
MIMO	Multiple Input, Multiple Output
VVT	Variable Ventiltid
dSpace	Programvara som används för att styra och göra mätningar på motorn

Tabell 1: Förkortningar och begrepp

I tabellerna nedan finns modellbeteckningar som används i denna rapport med enklare beskrivningar och enheter angivna.

Beteckning	Beskrivning	Enhet
$\dot{m}_{at}$	Luftmassflöde efter trottelt	[ kg/s ]
$\dot{m}_{ac}$	Luftmassflöde före cylindern	[ kg/s ]
$\dot{m}_{fi}$	Injicerat bränsleflöde	[ kg/s ]
$m_{tot}$	Totala massan i cylindern	[ kg ]
$m_{air,IV}$	Luftmassa genom insugningsventilen	[ kg ]

Tabell 2: Modellbeteckningar för olika massor och massflöden.

Beteckning	Beskrivning	Enhet
$p_{bef,thr}$	Tryck före trottelt	[ K ]
$p_{IVC}$	Tryck i cylindern när insugsventilen är stängd	[ Pa ]
$p_{im}$	Insugstryck	[ Pa ]
$p_{em}$	Grenrörstryck	[ Pa ]

Tabell 3: Modellbeteckningar för tryck.



Beteckning	Beskrivning	Enhet
$T_{\text{bef,thr}}$	Temperatur före trotteln	[ K ]
$T_{im}$	Insugstemperatur	[ K ]
$T_{IVC}$	Temperatur i cylindern efter stängning av insugsventilen	[ K ]
$T_{fc}$	Temperatur av ny luft i cylindern	[ K ]
$T_{rg}$	Residualgastemperatur	[ K ]

**Tabell 4:** Modellbeteckningar för temperaturer.

Beteckning	Beskrivning	Enhet
$V_{IVC}$	Volymen i cylindern vid IVC	[ $m^3$ ]
$V_{EVC}$	Volymen i cylindern vid EVC	[ $m^3$ ]
$V_{im}$	Insugsvolym	[ $m^3$ ]
$A_{IV}$	Insugsventilens effektivarea	[ $m^2$ ]
$A_{EV}$	Avgasventilens effektivarea	[ $m^2$ ]

**Tabell 5:** Modellbeteckningar för volymer och areor.

Beteckning	Beskrivning	Enhet
$\theta_0$	Överlappningsvinkel	[ $^\circ$ ]
$\theta$	Kamfasvinkel	[ $^\circ$ ]
$OF$	Överlappsfaktor	[ $m^2 \cdot ^\circ$ ]
$\alpha_{th}$	Trottelvinkel	[ $^\circ$ ]
$\alpha_{th,ref}$	Referenstrottelvinkel	[ $^\circ$ ]
$\rho_{IM}$	Luftens densitet i insugsröret	[ Pa ]
$R$	Allmänna gaskonstanten	[ $J / (mol \cdot K)$ ]
$N_e$	Varvtal	[RPM]
$n_{cyl}$	Antal cylindrar	[ st ]
$\dot{Q}$	Värmeöverföring	[J]
$x_{rg}$	Residualgasmängd	[ - ]
$\Psi$	Tryckkvotens påverkan på flödehastigheten	[ - ]
$\lambda$	Lambdavärde	[ - ]
$\Pi$	Tryckkvot	[ - ]

**Tabell 6:** Övriga modellbeteckningar

## 2 TROTTEL

Här presenteras den trottellmodell som använts, hur den tagits fram och implementerats samt resultatet av modelleringen.



## 2.1 Trottellmodell

Trottellmodellen som tagits fram i projektet används både som modell av trotteln i Simulink och som intern modell av trotteln i MPC-regulatorn. Trottellmodellen styr luftmassflödet in i insugsmodellen, se ekvation (2.1), och baseras på Ohata's Compressible Flow Model [1]. Luftmassflödet regleras med kontroll av tryck och temperatur och med utgångspunkt i trottelvinkeln  $\alpha_{th}$  som i sin tur beror på dess referens  $\alpha_{th,ref}$  enligt ekvation (2.2) där dynamik med fördröjning har införts. Ekvation (2.3) beskriver effektivarean av trottels öppning, där parametrarna  $a_0$ ,  $a_1$  och  $a_2$  skattas med minsta kvadrat-metoden.

$$\dot{m}_{at} = \frac{p_{bef,thr}}{\sqrt{RT_{bef,thr}}} A_{eff}(\alpha_{th}) \Psi(\Pi) \quad (2.1)$$

$$\dot{\alpha}_{th} = \frac{1}{\tau_{th}} (\alpha_{th,ref} - \alpha_{th}) \quad (2.2)$$

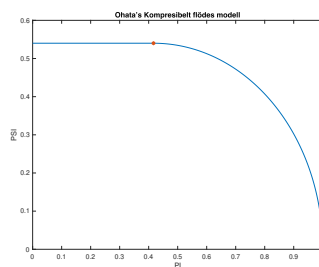
$$A_{eff}(\alpha_{th}) = a_0 + a_1 \alpha_{th} + a_2 \alpha_{th}^2 \quad (2.3)$$

Ekvation 2.4, 2.5 och 2.6 beskriver tre möjliga uttryck för tryckkvoten  $\Pi$  och tillhörande uttryck för  $\Psi$ , den ekvation som beskriver hur luftmassans flödes hastighet påverkas av tryckkvoten. I modellen väljs det största värdet av  $\Pi_{low}$  och  $\Pi_{mid}$  i första hand ut. För att förhindra en modell där luftmassflödet kan gå genom trotteln baklänges sätts en övre gräns på  $\Pi$  till  $\Pi_{lim} = 0.99$ , vilket leder till ekvation 2.6. Utifrån de tre olika  $\Pi$ -värdena erhålls tre uttryck för  $\Psi$ .

$$\begin{cases} \Pi_{low} = \frac{1}{\gamma+1} \\ \Psi(\Pi_{low}) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{2\gamma} (1 - \Pi_{low}) (\Pi_{low} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1})} \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\begin{cases} \Pi_{mid} = \frac{p_{im}}{p_{bef,thr}} \\ \Psi(\Pi_{mid}) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{2\gamma} (1 - \Pi_{mid}) (\Pi_{mid} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1})} \end{cases} \quad (2.5)$$

$$\begin{cases} \Pi_{high} = \Pi_{lim} \\ \Psi(\Pi_{high}) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{2\gamma} (1 - \Pi_{high}) (\Pi_{high} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1})} * \left( \frac{1 - \frac{p_{im}}{p_{bef,thr}}}{1 - \Pi_{high}} \right) \end{cases} \quad (2.6)$$



Figur 1: Det kompressibla flödet  $\Psi$  beskrivet i enkelhet med Ohatas modell som en funktion av  $\Pi$

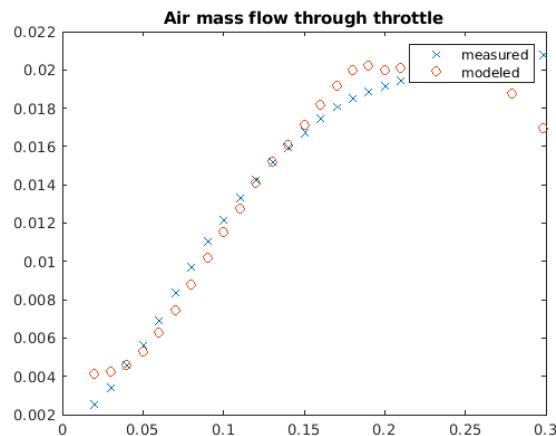


De okända parametrar i trottellmodellen är  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  och  $\tau_{th}$ . Dessa parametrar måste uppskattas och modelleras.  $a_0$ ,  $a_1$  och  $a_2$  tas fram utifrån uppmätt data, med ekvation 2.1 och minsta kvadratmetoden för att och välja de parametrar som minimerar skillnaden mellan modellerat och uppmätt  $\dot{m}_{at}$ . Tidskonstanten  $\tau_{th}$  uppskattas grafiskt ur plottar över  $\alpha_{th}$  och  $\alpha_{th,ref}$ .

## 2.2 Resultat och diskussion

Här presenteras och diskuteras resultatet av trottellmodelleringen.

Trottellmodellen valideras genom att undersöka hur väl massflödet stämmer överens med insamlad data. Ekvationen som används för att modellera massflödet är en funktion av effektivarean  $A_{eff}$  som i sin tur är en funktion av trottelvinkeln  $\alpha_{th}$ , och tryckkvoten ( $\Pi$ ). Tryckkvoten har som nämnts modellerats efter Ohatas modell, ekvationerna 2.4, 2.5 och 2.6. Effektivarean modelleras enligt ekvation (2.3) med minsta kvadratmetoden.

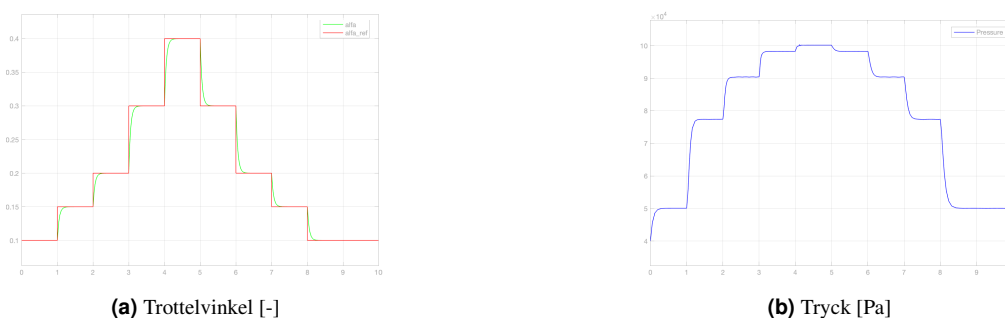


Figur 2: Validering av modellerat massflöde genom trotteln, med  $\alpha_{thr}$  på x-axeln

I Figur 2 kan massflödet genom trotteln studeras som en funktion av trottelvinkeln. Modellen stämmer väl överens med massflödet mellan  $\alpha_{thr} = 0.05$  och  $\alpha_{thr} = 0.17$ , därefter överstiger det modellerade massflödet det uppmätta. Slutligen (efter  $\alpha_{thr} = 0.26$ ) understiger det modellerade massflödet det uppmätta. Modellen har därav viss osäkerhet vid större vinklar.

Trottelns funktionalitet testades först genom att implementera den i en simpel MPC och simuleringsmiljö. Beteendet av trottellmodellen visas i figuren 3, där trottelvinkeln och trycket visas för steg i referensvärdet till trottelvinkeln. I dessa undersökningar visade modellen på ett önskat beteendet i relation till referensvärdet och acceptabel fördröjning. Grafen visar även på förhållandet mellan vinkeln och trycket. Vid låga trottelvinklar, ger en liten vinkelförändring ett stora utslag i tryckdifferensen, och vid större värden på trottelvinkeln ger en stor vinkelförändring relativt små utslag i tryckdifferensen.





Figur 3: Referensföljning i trottelmotellen: simpel MPC och trottell modell

### 2.2.1 Problem som uppstått

När den färdiga MPC-regulatorn kördes med bara trottellmodellen, alltså utan VVT-modellering, uppkom ganska stora fel i graferna. Det visade sig att  $\eta_{vol}$  hade satts till ett konstant värde i trottellmodelleringen, när den borde ges av en funktion. Problemet hade inte varit tydligt tidigare under arbetet eftersom VVT-modellen gav en bättre  $\eta_{vol}$ -modellering, vilket lyckades dölja bristerna i trottellmodellens  $\eta_{vol}$ . Att byta ut det konstanta  $\eta_{vol}$ -värdet mot en funktion löste problemet även när VVT inte användes. Funktionen som applicerades var  $\eta_{vol} = C_0 + C_1\sqrt{p_{im}} + C_2\sqrt{N}$ .



Figur 4: Körning med MPC och trottellmodell utan modellerad volymetrisk effektivitet, där ett fel framstår

Parametriseringen av ekvation 2.3 med skattning av parametrarna  $a_0$ ,  $a_1$  och  $a_2$  orsakade en del problem då parametrering utifrån olika uppsättningar av estimeringsdata gav olika resultat, vilket i sin tur resulterade i vitt skilda beteenden hos det simulerade systemet. Problemen löstes genom att utföra nya insamlingar av estimeringsdata i motortestcellen och använda medelvärden av perioder av estimeringsdata för att parametrera. När hela modellen stod färdig kunde det konstateras att de parametrar som slutligen togs fram var de som bäst approximerade den verkliga motorn.



### 3 INSUGSRÖR

Insugsröret är den komponent som kopplar samman trotteln med kamfasningen (VVT). Modellen utgör tryckskillnaden, eller tryck- och temperaturskillnaden, mellan komponenterna. Trotteln justerar massflödet in i insugsröret, varpå kamfasningen finjusterar massflödet från insugsröret in i cylindrarna. Två alternativa modeller av insugsröret behandlas, båda i enlighet med [2].

Den första modellen av insugsröret behandlar processen som isoterm. Skillnaderna i massflödena in och ut beskrivs då enbart av tryckförändringen, medan temperatur och volym ses som konstanta och tidsberoende. Det modellerade förhållandet beskrivs i ekvation (3.1).

$$\frac{dp_{im}}{dt} = \frac{RT_{im}}{V_{im}}(\dot{m}_{at} - \dot{m}_{ac}) \quad (3.1)$$

Den andra modellen är adiabatisk. Den beskriver förhållandet mer utförligt och tar hänsyn till både tryckförändringar och temperaturförändringar i insugsröret. Modellen visas i ekvation (3.2).

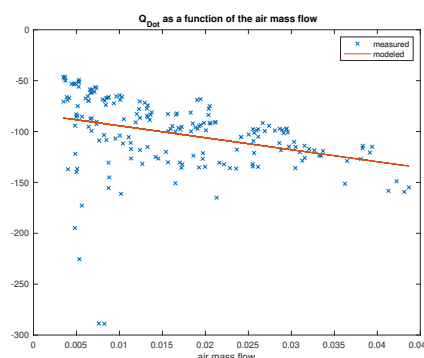
$$\begin{cases} \frac{dT_{im}}{dt} = \frac{RT_{im}}{p_{im}V_{im}c_v} [\dot{m}_{at}c_v(T_{bef,thr} - T_{im}) + R(T_{bef,thr}\dot{m}_{at} - T_{im}\dot{m}_{ac}) - \dot{Q}] \\ \frac{dp_{im}}{dt} = \frac{RT_{im}}{V_{im}}(\dot{m}_{at} - \dot{m}_{ac}) \end{cases} \quad (3.2)$$

Värmeöverföringen,  $\dot{Q}$ , i insugsröret approximeras till en linjär funktion av massflödet i enlighet med ekvation (3.2). Konstanterna  $k_1$  och  $k_2$  parametriseras utifrån mätvärden från motorcellen.

$$\dot{Q} = k_1\dot{m} + k_2 \quad (3.3)$$

#### 3.1 Resultat och Diskussion

Här presenteras och diskuteras resultatet av insugsmodelleringen.

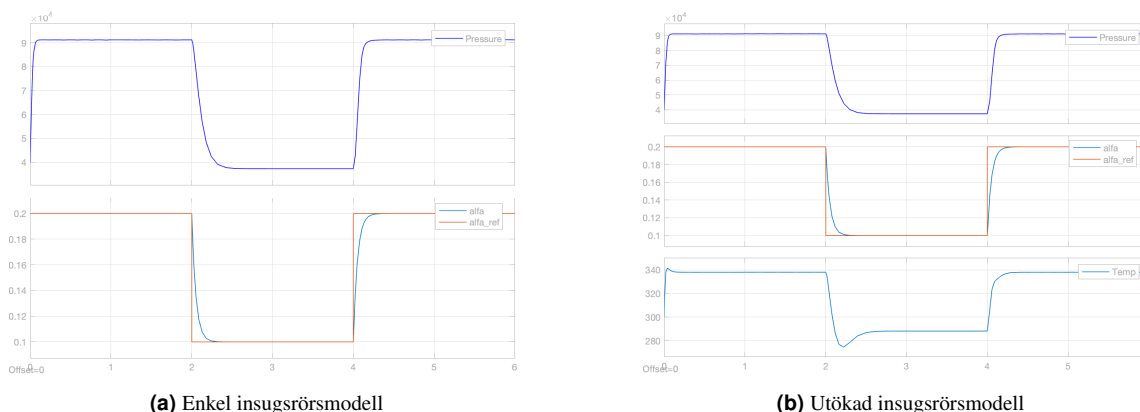


Figur 5: Validering av  $\dot{Q}$  som en funktion av massflödet



I Figur 5 visas förhållandet mellan värmeöverföringen och massflödet. De blå punkterna representerar insamlade mätvärden och linjen approximationen som tagits fram med minsta kvadratmetoden. Figuren visar på ett visst förhållande mellan värmeöverföringen och massflödet. Spridningen är större vid lägre massflöden och värmeöverföringen minskar med ett ökat massflöde.

Resultatet av den utökade insugsmodellen bedöms vara tillräckligt bra för att kunna användas i modellen av systemet. Eftersom modellen ger en så stor spridning vid låga luftmassflöden skulle det dock kunna vara av intresse att undersöka andra sätt att modellera temperaturskillnaderna. Ett annat alternativ skulle kunna vara att undersöka mätdata för att identifiera eventuella avvikelser och orsaker till de mest spridda punkterna. På grund av tidsbrist har detta inte gjorts i årets projekt.



Figur 6: Enbart trottellmodell med trottelvinkel som referenssignal

På grund av tidsbrist fördes den utökade insugsmodellen aldrig in i den slutgiltiga MPC-regulatorn, men som den högra delfiguren i figur 6 visar ger modellen ett ganska bra resultat i den enklare modellen med en tidig version av MPC-regulatorn.

En jämförelse mellan isoterm och adiabatisk modell presenteras i Figur 6. I den utökade modellen är tryckdynamiken snabbare, med en liten marginal. Temperaturen som visas i del (b) beter sig inte helt som förväntat. Enligt teorin i [2] ska temperaturen hållas någorlunda konstant med piken vid stegen. Den framtagna modellen ger i simuleringar en temperatur som är mer beroende av trycket i de statiska perioderna. En ökning i trycket visar på en ökning i modellen. Den modellerade värmeöverföringsvariabeln ( $\dot{Q}$ ) inverkan på modellen har undersökts genom att använda de modellerade värdena eller värdet noll. Undersökningen visade på en inverkan. Inverkan var däremot inte stor nog för att antyda att värmeöverföringsmodellen orsakar de oväntade betandena med stegen i temperatur. Stegen i temperaturen ses därav som en följd utifrån teorin bakom modellen 3.2.

I projektet applicerades aldrig den utökade insugsrörsmodellen på den färdigställda MPC:n eller i motortestcellen. Vid undersökningarna i enklare MPC-modeller (modeller som togs fram tidigare i projektet) så visade modellen inte på stora skillnader. Den utökade modellen och dess fulla inverkan föreslås undersökas vidare.



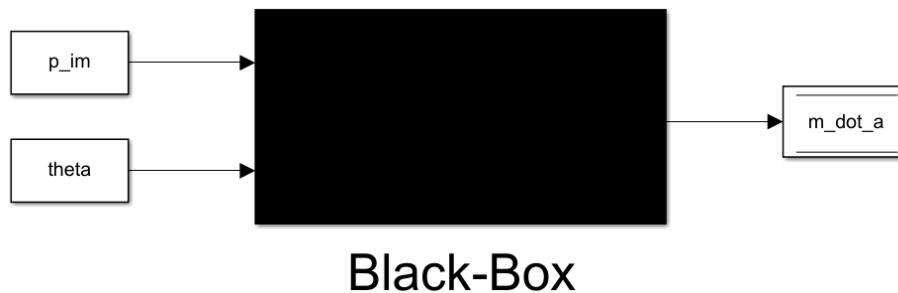
## 4 VVT

Genom att reglera VVT:n, *Variable Valve Time*, kan prestandan och bränsleförbrukningen förbättras hos förbränningsmotorer. För att åstadkomma en bra reglering måste regulatorm testas och valideras, och då antalet timmar i testlabbet är begränsat är en bra simuleringsmodell nödvändig. Nedan presenteras olika modeller som kan användas som modell av VVT vid simulering i simulink, men även som interna modeller i MPC regulatorm.

### 4.1 Alternativ 1: Black-Box modell

#### 4.1.1 Modell

Denna black-box modell är endast byggd på mätdata och baseras inte på fysikalska modeller. Tester utförs för en konstant arbetspunkt där kamfasvinkeln för insuget varierar, medan kamfasningen för avgasventilerna är  $0^\circ$ . Regression av insamlad data visar hur utsignalen påverkas av insignalerna. Insignalerna för modellen är insugstrycket  $p_{im}$  och kamfasvinkeln för insugsventilerna  $\theta$ , som resulterar i luftmassflödet in i cylindern,  $\dot{m}_{ac}$ , vilket kan ses i figur 7.



Figur 7: VVT-modellen baseras på en Black-box som visas ovan.

#### 4.1.2 Resultat och validering av modell

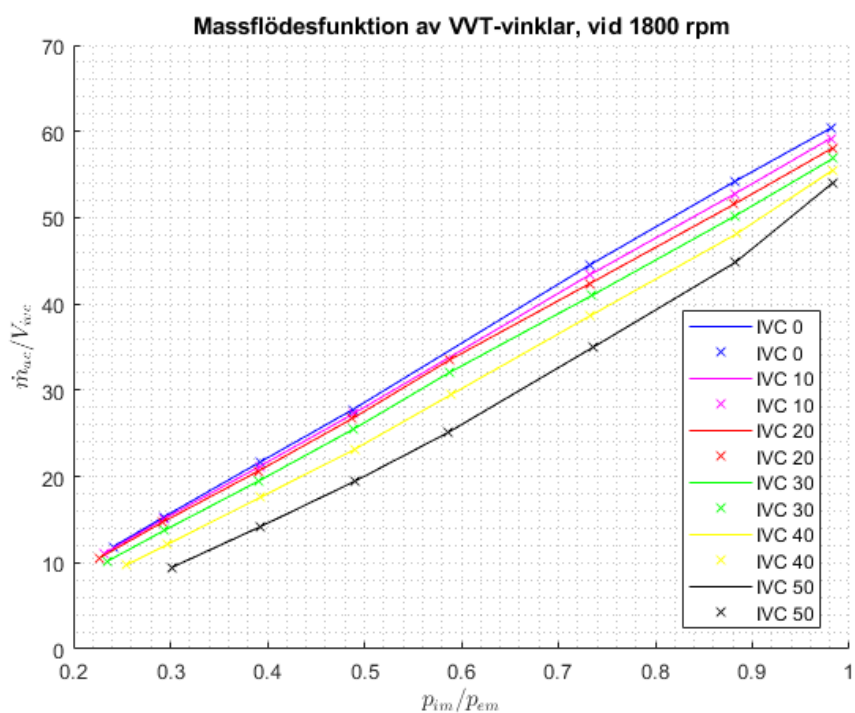
Figur 8 visar att förhållandet mellan tryckkvoten och massflödet. För vinklarna 0 till 30 grader visas ett linjärt beteende, vilket inte uppvisas i lika stor utsträckning för de större vinklarna. En linjär regression av denna mätdata ger olika parametervärden på den linjära modellen nedan för varje kamfasvinkel.

$$\underbrace{\frac{\dot{m}_{ac}}{V_{IVC}}}_y = k \cdot \underbrace{\frac{p_{im}}{p_{em}}}_x + m \quad (4.1)$$

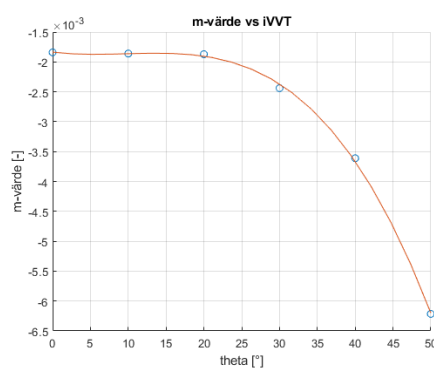
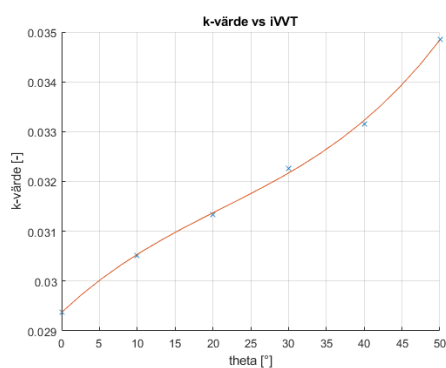
$$k(\theta) = p_{k,1} \cdot \theta^3 + p_{k,2} \cdot \theta^2 + p_{k,3} \cdot \theta + p_{k,4} \quad (4.2)$$

$$m(\theta) = p_{m,1} \cdot \theta^3 + p_{m,2} \cdot \theta^2 + p_{m,3} \cdot \theta + p_{m,4} \quad (4.3)$$

Vid linjär regression av de olika vinklarna kan ett samband hittas för  $k$ - och  $m$ -värdet som en funktion av vinkeln på VVT. Dessa samband kan approximeras enligt figur 9a och 9b till tredjegradsfunktioner. Dessa funktioner tillsammans med den linjära modellen 4.1 definiera blackboxen. Parametervärdena som ska bestämmas i modellen är parametrarna för  $k$ - och  $m$ -värdets tredjegradsfunktioner vilket motsvarar alla  $p_{k,i}$  och  $p_{m,i}$ , värden i ekvationerna 4.2 och 4.3. Vid bestämning av parametervärdena så används minsta kvadrat metoden.



**Figur 8:** Grafen visar hur massflödet genom volymen vid stängd insugsventil ( $V_{ivc}$ ), varierar för olika tryckkvoter. Kryssen motsvarar de mätvärden som är gjorda för olika vinklar på VVT:n. Linjerna mellan punkterna visar hur de olika mätvärdena med samma vinkel ändras över tryckkvoten.

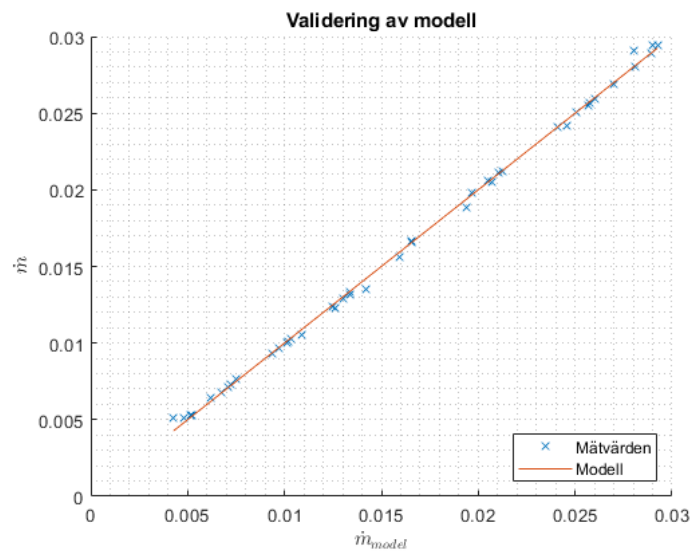


**(a)** Approximation av k-värdet i den linjära modellen som en funktion av vinkeln på VVT:n. **(b)** Approximation av m-värdet i den linjära modellen som en funktion av vinkeln på VVT:n.

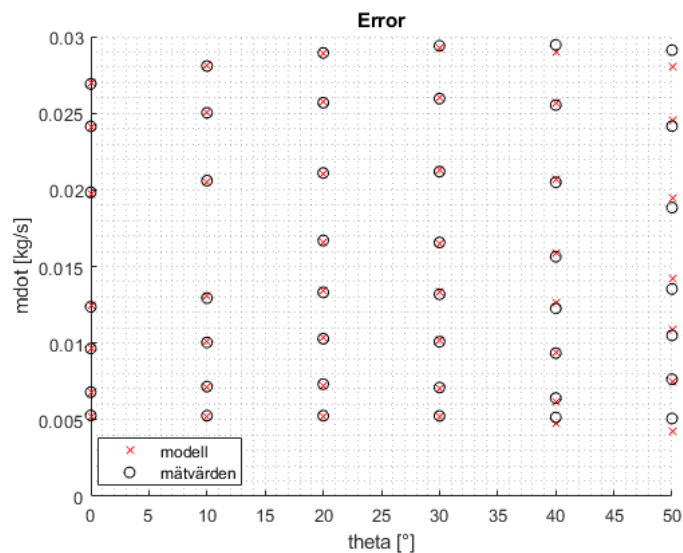
**Figur 9:** Figureerna visar tredjegradsfunktionerna för k- och m-värdet



Validering av den framtagna modellen visas i figur 10 för varvtalet 1800 rpm där modellen plottas på båda axlarna och jämförs med uppmätta värden, där minimal avvikelse av kryssen från den orange linjen eftersträvas. Även mätfelen presenteras i figur 11. Figuren representerar alla mätvärden och modellvärde för varje kamfasvinkel vid specifikt luftmassflöde, där ett önskat beteende är att alla mätvärden och modellvärden sammanfaller.



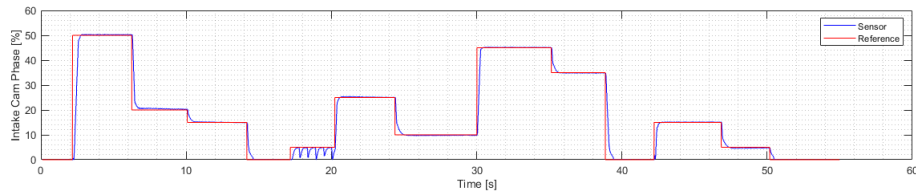
**Figur 10:** Validering av modellen där den räta linjen motsvarar modellen och kryssen motsvarar mätvärden.



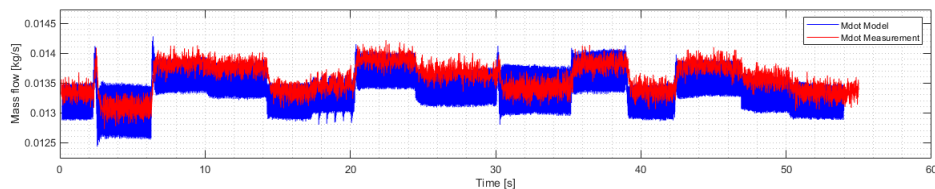
**Figur 11:** Mätfelen mellan de modellerade värdena och de uppmätta.



I figur 12 och 13 valideras modellen med ett dynamiskt test där figur 12 visar de olika stegen som gjordes i kamfasvinkeln för insuget. Den röda linjen är referensen och den blå linjen är det uppmätta värdet för kamfasvinkeln. Figur 13 illustrerar massflöde luft in i cylindern där den röda linjen är det uppmätta massflödet och den blå linjen är modellens värden för massflödet.



Figur 12: Dynamiskt test av modellen där kamfasvinkeln för insuget plottas.



Figur 13: Dynamiskt test av modellen där modellerat och uppmätt massflöde plottas.

### 4.1.3 Diskussion

Utifrån de valideringar som gjorts på black-box modellen kan man dra slutsatsen att modellen är relativt bra. Modellen följer mätvärdena och avviker inte allt för mycket. Utöver det stationära testet gjordes även ett dynamiskt test där utfallet blev bra och modellen uppvisade önskat beteende. Den här modellen bygger inte på fysikaliska formler utan på funktioner baserade på riktig mätdata. Nackdelen med detta blir då att de parametersatta värdena i funktionerna 4.2 och 4.3 blir beroende av varvtalet, vilket medför att modellen enbart kan användas vid ett konstant varvtal samt att för olika varvtal krävs olika parametrar. Skulle samma parametrar användas för olika varvtal skulle modellen blivit sämre ju större skillnad det är på varvtalen. Parametrarna måste därför ändras och anpassas just till det givna varvtalet för att modellen ska bli bra. Detta går dessvärre inte att åtgärda i en realtids MPC utan att skapa en look-up table, vilket kan bli problematiskt då en look-up table kan bli svår att prediktera för regulatorn. Slutsatsen som kan dras är att modellen fungerar bra så länge motorn körs med konstant varvtal men kommer förmodligen inte fungera lika bra vid ett varierande varvtal.



## 4.2 Alternativ 3: Parametrisering

### 4.2.1 Modell

Här presenteras ytterligare en modell som bygger på fysikaliska ekvationer. Vid IVC gäller följande ekvationer:

$$V_{IVC} = V_{air} + V_{res} \quad (4.4)$$

$$m_{air} = \frac{p_{IVC} V_{air}}{RT_{air}} \quad (4.5)$$

$$\dot{m}_{air} = m_{air} \frac{N n_{cyl}}{n_r} = \frac{p_{IVC} N n_{cyl}}{RT_{air} n_r} V_{air} \quad (4.6)$$

$V_{res}$  beräknas med följande formel:

$$V_{res} = V_b \left( \frac{p_{em}}{p_{im}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (4.7)$$

$V_{res}$  är den partiella volymen residualgas som beräknas efter expansion då  $p_{em}$  omvandlas till  $p_{IVC}$ .

$$V_{res} \propto V_{exp} \left( \frac{p_{em}}{p_{IVC}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (4.8)$$

$V_{exp}$  är volymen av gaserna innan expansion och definieras enligt nedan:

$$V_{exp} = V_{IVO} + V_{bf} \quad (4.9)$$

där  $V_{IVO}$  är cylindervolymen vid IVO och  $V_{bf}$  är tillbaka flödet av avgaserna vid EVC,

$$\dot{V}_{bf} = Av \quad (4.10)$$

där  $A$  är den genomsnittliga flödesarean som definieras som följande:

$$A = \begin{cases} \frac{\pi V_d OF}{\theta_{ol}}, & \theta_{ol} > 0 \\ 0, & \text{i övriga fall} \end{cases} \quad (4.11)$$

Ekvation 4.12 beräknar överlappet mellan IVO och EVC.

$$OF = \frac{D_i \int_{IVO}^{IV=EV} L_i d\theta + D_e \int_{IV=EV}^{EVC} L_e d\theta}{V_d} \quad (4.12)$$

$D_i$  och  $D_e$  är diametrarna för insugs- och avgasventilerna, medan  $L_i$  och  $L_e$  är ventillyften för insugs- respektive avgasventilerna.  $V_d$  är cylindervolymen och  $\theta_{ol}$  är storleken på överlappet.

$v$  är flödes hastigheten enligt Bernoulli's ekvation och är proportionerlig enligt ekvation 4.13,

$$v \propto \sqrt{\frac{p_{em} - p_{im}}{\rho_e}} \quad (4.13)$$





där  $\rho_e$  är densiteten av avgaserna. Trycket för insugsröret betecknas  $p_{im}$  och trycket för grenröret betecknas  $p_{em}$ . För en ideal cykel med konstant volym kan följande uttryck härledas:

$$T_6 = T_1 \left( \frac{p_e}{p_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left[ 1 + \frac{q}{c_v T_1 r_c^{\gamma-1}} \right]^{\frac{1}{\gamma}} \quad (4.14)$$

$$C = \left[ 1 + \frac{q}{c_v T_1 r_c^{\gamma-1}} \right]^{\frac{1}{\gamma}} \quad (4.15)$$

$$q = \frac{m_f}{m_{tot}} q_{LHV} \text{ (Stökiometrisk)} \quad (4.16)$$

Följande approximationer används,  $T_6 = T_{em}$  och  $T_1 = T_{im}$ , vilket ger uttrycket för ekvation 4.17,

$$T_{em} = T_{im} \left( \frac{p_e}{p_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} C \quad (4.17)$$

och nu kan flödes hastigheten skrivas om enligt nedan:

$$\begin{aligned} v &\propto \sqrt{\frac{RT_{em}}{p_{em}}} (p_{em} - p_{im}) = C^{\frac{1}{2}} \left( \frac{p_{em}}{p_{im}} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \sqrt{\frac{RT_{im}}{p_{em}}} (p_{em} - p_{im}) = \\ &= C^{\frac{1}{2}} \left( \frac{p_{em}}{p_{im}} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \sqrt{RT_{im}} \left( 1 - \frac{p_{im}}{p_{em}} \right) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Antagandet att C och R är konstanta ger följande:

$$\therefore v \propto \left( \frac{p_{em}}{p_{im}} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \sqrt{T_{im} \left( 1 - \frac{p_{im}}{p_{em}} \right)} \quad (4.19)$$

$$\therefore \dot{V}_{bf} \propto \left( \frac{p_{em}}{p_{im}} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \sqrt{T_{im} \left( 1 - \frac{p_{im}}{p_{em}} \right)} \frac{OF}{\theta_{ol}} \quad (4.20)$$

$$V_{bf} = \int_{IVO}^{EVC} \dot{V}_{bf} dt \approx \dot{V}_{bf} \frac{\theta_{ol}}{N} \quad (4.21)$$

$$V_{bf} \propto \left( \frac{p_{em}}{p_{im}} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \sqrt{T_{im} \left( 1 - \frac{p_{im}}{p_{em}} \right)} \frac{OF}{N} \quad (4.22)$$

Därmed kan ekvationerna nedan erhållas.

$$V_{exp} = V_{IVO} + \left( \frac{p_{em}}{p_{im}} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \sqrt{T_{im} \left( 1 - \frac{p_{im}}{p_{em}} \right)} \frac{OF}{N} \quad (4.23)$$

$$V_{res} \propto V_{exp} \left( \frac{p_{em}}{p_{im}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = V_{IVO} \left( \frac{p_{em}}{p_{im}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} + \left( \frac{p_{em}}{p_{im}} \right)^{\frac{\gamma+1}{2\gamma}} \sqrt{T_{im} \left( 1 - \frac{p_{im}}{p_{em}} \right)} \frac{OF}{N} \quad (4.24)$$

Modellen kan nu skrivas som följande uttryck där inlopps luften till cylindern kan antas ha temperaturen  $T_{im}$  så att  $T_{air} = T_{im}$ , samt antagandet att  $p_{IVC} = p_{im}$ . Detta resulterar i följande ekvationer:

$$V_{air} = c_1 V_{IVC} - c_2 V_{IVO} \left( \frac{p_{em}}{p_{im}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} - c_3 \left( \frac{p_{em}}{p_{im}} \right)^{\frac{\gamma+1}{2\gamma}} \sqrt{T_{im} \left( 1 - \frac{p_{im}}{p_{em}} \right)} \frac{OF}{N} \quad (4.25)$$



Vid insättning av  $V_{air}$  i ekvation 4.6 kan massflödet beräknas, vilket resulterar i ekvation 4.26.

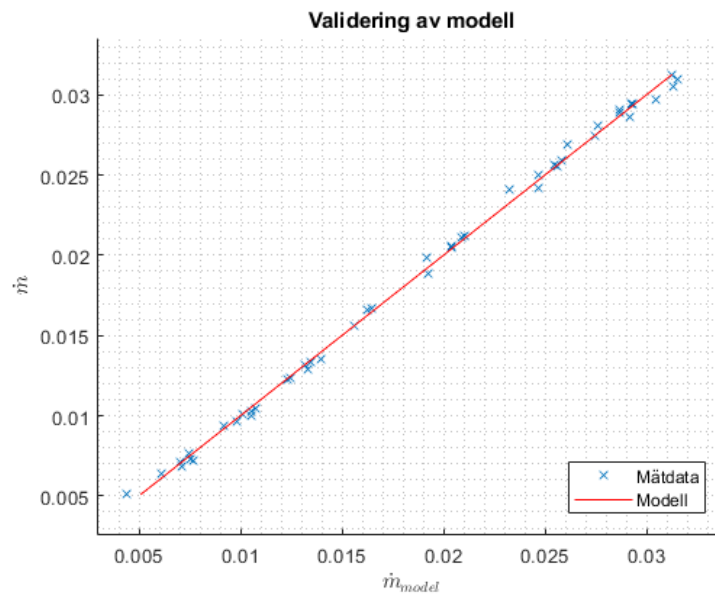
$$\dot{m}_{air} = \frac{p_{im} N n_{cyl}}{R T_{im} n_r} \left[ c_1 V_{IVC} - c_2 V_{IVO} \left( \frac{p_{em}}{p_{im}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} - c_3 \left( \frac{p_{em}}{p_{im}} \right)^{\frac{\gamma+1}{2\gamma}} \sqrt{T_{im} \left( 1 - \frac{p_{im}}{p_{em}} \right) \frac{OF}{N}} \right] \quad (4.26)$$

I modellen ovan är  $\gamma = 1.35$ , vilket är taget ur [3]. Ett alternativ till denna modell är att även sätta  $\gamma$  som okänd och då ser modellen ut som följande:

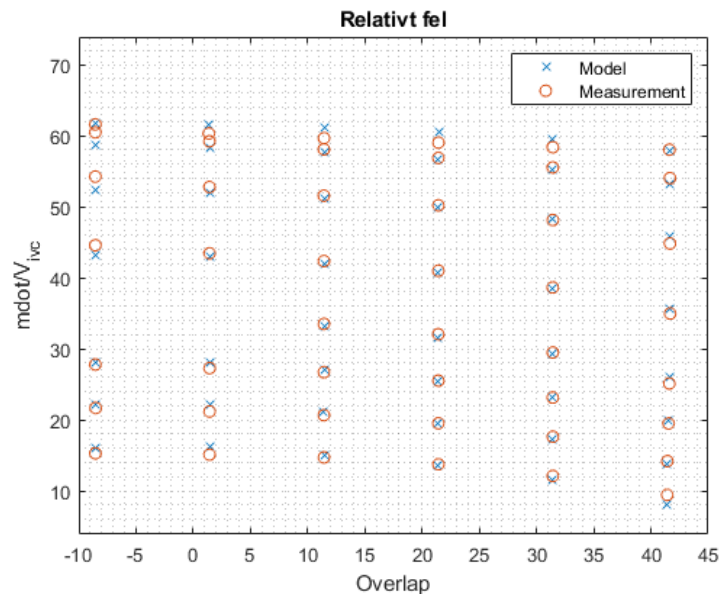
$$\dot{m}_{air} = \frac{p_{im} N n_{cyl}}{R T_{im} n_r} \left[ c_1 V_{IVC} - c_2 V_{IVO} \left( \frac{p_{em}}{p_{im}} \right)^{\frac{1}{c_4}} - c_3 \left( \frac{p_{em}}{p_{im}} \right)^{\frac{c_5+1}{2c_5}} \sqrt{T_{im} \left( 1 - \frac{p_{im}}{p_{em}} \right) \frac{OF}{N}} \right] \quad (4.27)$$

#### 4.2.2 Validering av modell

Validering av den framtagna fysikaliska modellen visas i figur 14 för varvtalet 1800 rpm där modellen plottas på båda axlarna och jämförs med uppmätta värden. Även mätfelen presenteras i figur 15. Figuren representerar alla mätvärden och modellens värde för just den punkten, ett önskat beteende är att alla mätvärden och modellvärden är på varandra.



**Figur 14:** Validering av modellen mot mätvärdena där den rätta linjen motsvarar modellen och kryssen mätvärden.



Figur 15

#### 4.2.3 Diskussion

Denna fysikaliska modell fungerar bra vilket kan ses i valideringen som gjorts för statistiska tester, där modellen inte har mycket modellfel och den följer även mätvärdena bra. Den här modellen bygger på fysikaliska formler till skillnad från Black-box modellen, 4.1, och tar därmed hänsyn till bland annat varvtalet. Fördelen med detta är att den här modellen behöver inte köras för ett konstant varvtal samt att den förmodligen blir lättare att reglera eftersom regulatorn kan prediktera bättre med fysikaliska formler än med funktioner som bygger på mätvärden. Slutsatsen som kan dras från detta är att den här modellen av VVT:n mest sannolikt kommer fungera bättre än Black-box modellen då regleringen blir bättre.



## 5 MPC

### 5.1 Linjärisering och Diskretisering

För att den linjäriserade modellen ska kunna konverteras till Simulink diskretiseras denna genom Eulers stegmetod, även kallad Euler framåt. Nedan kommer stegmetoden presenteras. Den olinjära systemfunktionen  $f(x_k, u_k)$  approximeras genom Taylor-utveckling som syns i ekvation (5.2). Tillståndet  $x_k$  vid en samplad tidpunkt  $k$  anses bestå av linjäriseringspunkten  $\bar{x}_k$  och förändringen  $\Delta x_k$  genom lösningen i det kvadratiska problemet.

$$x_k = \bar{x}_k + \Delta x_k \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} f(x_k, u_k) &= f(\bar{x}_k + \Delta x_k, \bar{u}_k + \Delta u_k) \approx f(\bar{x}_k, \bar{u}_k) + \frac{\partial f(\bar{x}_k, \bar{u}_k)}{\partial x} \Delta x_k + \frac{\partial f(\bar{x}_k, \bar{u}_k)}{\partial u} \Delta u_k \\ &= K_k + A_k \Delta x_k + B_k \Delta u_k \end{aligned} \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + T_s f(x_k, u_k) \\ \bar{x}_{k+1} + \Delta x_{k+1} &= \bar{x}_k + \Delta x_k + T_s f(x_k, u_k) \\ \Delta x_{k+1} &\approx \bar{x}_k - \bar{x}_{k+1} + \Delta x_k + T_s f(x_k, u_k) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Senare definieras de diskretiserade uttrycken som

$$F_k = [I + T_s A_k] \quad (5.4a)$$

$$G_k = B_k \quad (5.4b)$$

$$D_k = K_k \quad (5.4c)$$

Då linjäriseringen utgår från en samplad tidpunkt  $k$  som är värdet ur föregående problemlösning, kommer det senare användas att

$$x_k = x_0 = \bar{x}_0 \Rightarrow \Delta x_0 = 0 \quad (5.5)$$

#### 5.1.1 Linjärisering efter arbetspunkt

Vid linjärisering efter arbetspunkt kommer endast den ursprungliga linjäriseringspunkten  $\bar{x}_k = \bar{x}_0$  och  $\bar{u}_k = \bar{u}_0$  att användas. Detta instoppat i ekvation (5.3) ger:

$$\begin{aligned} \Delta x_{k+1} &= \Delta x_k + T_s \left( f(\bar{x}_0, \bar{u}_0) + \frac{\partial f(\bar{x}_0, \bar{u}_0)}{\partial x} \Delta x_k + \frac{\partial f(\bar{x}_0, \bar{u}_0)}{\partial u} \Delta u_k \right) \\ &= \Delta x_k + T_s (A_0 \Delta x_k + B_0 \Delta u_k + K_0) \\ &= [I + T_s A_0] \Delta x_k + B_0 \Delta u_k + K_0 \\ &= F_0 \Delta x_k + G_0 \Delta u_k + D_0 \\ \Delta x_{k+2} &= F_0 \Delta x_{k+1} + G_0 \Delta u_{k+1} + D_0 \\ &= F_0^2 \Delta x_k + F_0 G_0 \Delta u_k + G_0 \Delta u_{k+1} + (F + I) D \\ \Delta x_{k+3} &= F_0 \Delta x_{k+2} + G_0 \Delta u_{k+2} + D_0 \\ &= \dots \end{aligned} \quad (5.6)$$



### 5.1.2 Linjärisering efter trajektoria

Med hjälp av Eulers stegmetod kan det beräknas hur en linjäriseringspunkt  $\bar{x}_k$  uppdateras vid en tidpunkt  $k$  [4] enligt:

$$\begin{aligned}\bar{x}_{k+1} &= \bar{x}_k + T_s f(\bar{x}_k, u_k) \\ &= \bar{x}_k + T_s K_k\end{aligned}\tag{5.7}$$

Ekvation (5.7) instoppad i ekvation (5.3) ger nu:

$$\begin{aligned}\Delta x_{k+1} &= \Delta x_k + T_s (A_k \Delta x_k + B_k \Delta u_k) \\ &= [I - T_s A_k] \Delta x_k + B_k \Delta u_k \\ &= F_k \Delta x_k + G_k \Delta u_k \\ \Delta x_{k+2} &= F_{k+1} \Delta x_{k+1} + G_{k+1} \Delta u_{k+1} \\ &= F_k F_{k+1} \Delta x_k + F_{k+1} G_k \Delta u_k + G_{k+1} \Delta u_{k+1} \\ \Delta x_{k+3} &= F_{k+2} \Delta x_{k+2} + G_{k+2} \Delta u_{k+2} \\ &= \dots\end{aligned}\tag{5.8}$$

### 5.1.3 Vektorisering

Modellen kan nu uttryckas enligt ekvation (5.9), där det tidigare genom ekvation (5.5) har erhållits att  $\Delta x_k = \Delta x_0 = 0$ , vilket ger att  $\mathcal{F} \Delta x_k = 0$ .

$$\mathcal{X} = \bar{\mathcal{X}} + \mathcal{F} \Delta x_k + \mathcal{G} \mathcal{U} + \mathcal{D}\tag{5.9}$$

Vektoriseringen av  $\mathcal{X}, \mathcal{U}$  presenteras som

$$\mathcal{X} = \bar{\mathcal{X}} + \mathcal{G} \mathcal{U} = \begin{bmatrix} x_k \\ x_{k+1} \\ \vdots \\ x_{k+N-1} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{U} = \begin{bmatrix} \Delta u_k \\ \Delta u_{k+1} \\ \vdots \\ \Delta u_{k+N-1} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathcal{U}} = \begin{bmatrix} \bar{u}_k \\ \bar{u}_{k+1} \\ \vdots \\ \bar{u}_{k+N-2} \\ \bar{u}_{k+N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{k|k-1} \\ u_{k+1|k-1} \\ \vdots \\ u_{k+N-2|k-1} \\ u_{k+N-2|k-1} \end{bmatrix}$$

$\mathcal{F}, \mathcal{G}, \mathcal{K}$  presenteras för linjärisering efter arbetspunkt som

$$\mathcal{F} = \begin{bmatrix} I \\ F \\ \vdots \\ F^{N-1} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ G & 0 & 0 & \dots & 0 \\ FG & G & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ F^{N-2}G & \dots & FG & G & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ F + I \\ F^2 + F + I \\ \vdots \\ F^{N-2} + \dots + F^2 + F + I \end{bmatrix} D$$

och för linjärisering efter trajektoria som

$$\mathcal{F} = \begin{bmatrix} I \\ F_0 \\ F_1 F_0 \\ F_2 F_1 F_0 \\ \vdots \\ \prod_{i=2}^{N-1} F_{N-i} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ G_0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ F_0 G_0 & G_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ F_1 F_0 G_0 & F_0 G_1 & G_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \prod_{i=2}^{N-1} F_{N-i} G_0 & \prod_{i=2}^{N-2} F_{N-i} G_1 & \dots & F_{N-2} G_{N-3} & GN - 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{D} = 0$$



### 5.2 Kostnadsfunktion

En kostnadsfunktion behöver tas fram och skrivas in i en kvadratisk problemformulering enligt (5.10).

$$\min_U \frac{1}{2} U^T H U + g^T U \tag{5.10a}$$

$$\text{Bivillkor } A_u U \leq b_u \tag{5.10b}$$

Problemupställningen av  $z$  är

$$z_{k+1} = Mx_{k+1} = M(\bar{x}_k + F\Delta x_k + Gu_k + D) \tag{5.11}$$

där dess vektoriserade form  $\mathcal{Z}$  blir

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} &= \mathcal{M}(\bar{\mathcal{X}} + \mathcal{F}\Delta x_k + \mathcal{G}U + \mathcal{D}) \\ &= \begin{bmatrix} M_k(\bar{x}_k + K_k) \\ M_{k+1}(\bar{x}_{k+1} + K_{k+1}) \\ \vdots \\ M_{k+N-1}(\bar{x}_{k+N-1} + K_{k+N-1}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_k & & & \\ & M_{k+1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & M_{k+N-1} \end{bmatrix} \mathcal{G}U. \end{aligned} \tag{5.12}$$

Regulatorn behöver ha möjlighet att styra efter värden som ej är tillstånd, men som beror på andra. Ett exempel är massflöde in i cylindrarna  $\dot{m}_{ac}$ . För att möjliggöra detta behöver matris  $M$  omdefinieras som en funktion som beskriver vad de styrda värdena är vid tidpunkten  $k$  och hur de förändras. I ekvation (5.13) har uttrycket för  $\tilde{M}(x_k, u_k)$  approximerats genom Taylor-utveckling och i ekvation (5.14) är den önskade vektoriserade uppställningen.

$$\begin{aligned} \tilde{M}(x_k, u_k) &= \tilde{M}(\bar{x}_k + \Delta x, \bar{u}_k + \Delta u) \approx \tilde{M}(\bar{x}_k, \bar{u}_k) + \frac{\partial \tilde{M}(\bar{x}_k, \bar{u}_k)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial \tilde{M}(\bar{x}_k, \bar{u}_k)}{\partial u} \Delta u \\ &= / \Delta x = \mathcal{G}U, \Delta u = 0 / \\ &= \tilde{M}(\bar{x}_k, \bar{u}_k) + \frac{\partial \tilde{M}(\bar{x}_k, \bar{u}_k)}{\partial x} \mathcal{G}U \end{aligned} \tag{5.13}$$

$$\mathcal{Z} = \begin{bmatrix} \tilde{M}(\bar{x}_k + K_k, \bar{u}_k) \\ \tilde{M}(\bar{x}_{k+1} + K_{k+1}, \bar{u}_{k+1}) \\ \vdots \\ \tilde{M}(\bar{x}_{k+N-1} + K_{k+N-1}, \bar{u}_{k+N-1}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{M}(\bar{x}_k, \bar{u}_k)}{\partial x} & & & \\ & \frac{\partial \tilde{M}(\bar{x}_{k+1}, \bar{u}_{k+1})}{\partial x} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \frac{\partial \tilde{M}(\bar{x}_{k+N-1}, \bar{u}_{k+N-1})}{\partial x} \end{bmatrix} \mathcal{G}U \tag{5.14}$$

Från ekvationerna (5.12) och (5.14) kan termerna  $\mathcal{M}(\bar{\mathcal{X}} + \mathcal{F}\Delta x_k)$  och  $\mathcal{M}$  i ekvation (5.12) omdefinieras enligt

$$\mathcal{M}(\bar{\mathcal{X}} + \mathcal{F}\Delta x_k + \mathcal{D}) := \tilde{M}(\bar{x}_k + K_k, \bar{u}_k) \tag{5.15a}$$

$$\mathcal{M} := \begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{M}(\bar{x}_k, \bar{u}_k)}{\partial x} & & & \\ & \frac{\partial \tilde{M}(\bar{x}_{k+1}, \bar{u}_{k+1})}{\partial x} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \frac{\partial \tilde{M}(\bar{x}_{k+N-1}, \bar{u}_{k+N-1})}{\partial x} \end{bmatrix} \tag{5.15b}$$



vilket ger den nya problemupställningen

$$Z = \tilde{M}(\bar{x}_k + K_k, \bar{u}_k) + \mathcal{M}GU. \quad (5.16)$$

Kostnadsfunktionen med referensföljning kan härledas enligt ekvation (5.17) där styrsignalernas linjäriseringspunkter  $\bar{u}_k$  ej straffas. Genom att stryka den konstanta termen och dela hela uttrycket med 2 så kan den kvadratiske problemformuleringen erhållas enligt ekvation (5.18).

$$\begin{aligned} J_N(x(k)) &= \sum_{j=0}^{N-1} \|z_{k+j} - r_{k+j}\|_{Q_1}^2 + \|\Delta u_{k+j}\|_{Q_2}^2 \\ &= ((\tilde{M}(\bar{x}_k + K_k, \bar{u}_k) - \mathcal{R}) + \mathcal{M}GU)^T Q_1 \mathcal{M}((\tilde{M}(\bar{x}_k + K_k, \bar{u}_k) - \mathcal{R}) + \mathcal{M}GU) + U^T Q_2 U \\ &= \underbrace{(\tilde{M}(\bar{x}_k + K_k, \bar{u}_k) - \mathcal{R})^T Q_1 (\tilde{M}(\bar{x}_k + K_k, \bar{u}_k) - \mathcal{R})}_{\text{konstant}} + 2(\tilde{M}(\bar{x}_k + K_k, \bar{u}_k) - \mathcal{R})^T Q_1 \mathcal{M}GU + \\ &\quad + U^T \mathcal{G}^T \mathcal{M}^T Q_1 \mathcal{M}GU + U^T Q_2 U \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\min_U \frac{1}{2} U^T (\mathcal{G}^T \mathcal{M}^T Q_1 \mathcal{M} \mathcal{G} + Q_2) U + (\mathcal{G}^T \mathcal{M}^T Q_1 (\tilde{M}(\bar{x}_k + K_k, \bar{u}_k) - \mathcal{R}))^T U \quad (5.18a)$$

$$\text{Bivillkor } A_u U \leq b_u \quad (5.18b)$$

### 5.3 Tillstånd och styrsignaler

Systemets tillstånd är

$$x = \begin{bmatrix} p_{im} \\ \alpha_{th} \\ \theta_{ivo} \\ I_e \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

där  $p_{im}$  är insugstryck,  $\alpha_{th}$  trottelvinkel,  $\theta_{ivo}$  kamfasningsvinkel och  $I_e$  integralverkan. Då integraldelen är aktiverad kommer målfunktionen utökas till  $\hat{M}(\bar{x}_k, \bar{u}_k)$  enligt ekvation (5.20).

$$z = Mx = \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{M}(\bar{x}_k, \bar{u}_k) \\ I_e \end{bmatrix}}_{\hat{M}(\bar{x}_k, \bar{u}_k)} \quad (5.20)$$

Systemets styrsignaler är

$$\begin{bmatrix} \alpha_{th,ref} \\ \theta_{ivo,ref} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

där  $\alpha_{th,ref}$  är trottels referens och  $\theta_{ivo,ref}$  är insugskamfasningsvinkelns referens.

### 5.4 Målfunktion

Målfunktion är den eller de ekvationer som ska optimeras till att följa en given referens. I projektet var målet att kunna optimera med avseende på antingen prestanda, ekvation (5.22), eller effektivitet, ekvation (5.23). Att optimera med



avseende på prestanda innebär att massflödet in i cylindrarna ska prioriteras och följa given referens så bra som möjligt. På så vis kommer önskat moment erhållas utan någon hänsyn till bränsleförbrukning eller dylikt. Optimering med avseende på effektivitet innebär att både prestanda ska uppfyllas i kombination med att pumpförluster ska minimeras. Minimerade pumpförluster innebär att energin som krävs att driva motorn nyttjas bättre och konverteras till ett drivande moment från motorn.

$$\tilde{M}(\bar{x}_k, \bar{u}_k) = \dot{m}_{ac}(\bar{x}_k, \bar{u}_k) \quad (5.22)$$

$$\tilde{M}(\bar{x}_k, \bar{u}_k) = \begin{bmatrix} \dot{m}_{ac}(\bar{x}_k, \bar{u}_k) \\ p_{im} - p_{em} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

## 5.5 Bivillkor

Regleringen som sker i MPC tar hänsyn till definierade bivillkor. Dessa bivillkor definieras för att förebygga oförutsedda problem som kan tänkas uppstå i systemet. Bivillkoren som sattes för aktuatorerna var:

$$0 < \alpha_{th,ref} < 1 \quad (5.24a)$$

$$0 < \theta_{ref} < 50 \quad (5.24b)$$

## 5.6 Integraldel

Ett sätt att ta med integralverkan för att minska det statiska felet är att ta med integralen av felet som ett tillstånd. Det statiska felet,  $e$ , beskrivs i ekvation (5.25).

$$e = R - Y = R - \tilde{M}(\bar{x}_k, \bar{u}_k) \quad (5.25)$$

Från integrering av felet  $e$  införs ett nytt tillstånd  $I_e$  enligt:

$$I_e = \int e dt \quad (5.26)$$

$$\dot{I}_e = e \quad (5.27)$$

## 5.7 Hantering av fel i aktuatorer

För att MPC:n ska fortsätta att fungera trots ett givet fel i VVT-aktuatorn modifierades styrsignalen i MPC:n. Givet att VVT-aktuatorn var trasig valdes denna därmed att fixeras vid det senaste kamfasvinkeln. Detta innebär att styrsignalen ej förändras mellan varje samplingstid vilket innebär att trottelvinkeln kommer att inverka mer för att uppnå önskat resultat. Ekvation presenterad i (5.28) är den som används för trottell och VVT då bägge aktuatorerna fungerar felfritt. Ekvation presenterad i (5.29) är den modifierade specifikt för VVT:ns syrsignal.

$$u_{lower} = u_{sat,low} - u_{last} \quad (5.28a)$$

$$u_{upper} = u_{sat,high} - u_{last} \quad (5.28b)$$

$$(5.28c)$$





$$u_{lower} = 0 \quad (5.29a)$$

$$u_{upper} = 0 \quad (5.29b)$$

## 5.8 Extended Kalman Filter

För att erhålla väl estimerade tillstånd implementerades ett Extended Kalman Filter (EKF). EKF-algoritmen presenteras nedan. Denna implementerades i ett Matlab function-block som i sin tur låg i ett Trigger function-block. Trigger Function-blocket var nödvändigt, eftersom Unit delay användes vid prediktionen, för att erhålla en synkroniserad samplingstid.

Kalmanförstärkning:

$$K_k = P_{k|k-1} H_k^T (H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \quad (5.30)$$

1. Mätuppdatering

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k (y_k - H_k \hat{x}_{k|k-1}) \quad (5.31)$$

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - P_{k|k-1} H_k^T ((H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k)^{-1} H_k P_{k|k-1}) \quad (5.32)$$

2. Tidsuppdatering

$$\hat{x}_{k+1|k} = f(\hat{x}_{k|k}, u_k) \quad (5.33)$$

$$P_{k+1|k} = F_k P_{k|k} F_k^T + Q_k \quad (5.34)$$

## 5.9 qpOASES

För att regulatorm ska generera en optimal lösning som minimerar kostnadsfunktionen används en optimeringslösare. Optimeringslösaren som används i det här projektet är qpOases och finns tillgänglig på <https://github.com/coin-or/qpOASES> som en Open-Source produkt. qpOases kunde appliceras i Matlab och Simulink utan problem, det enda som behövde justeras var att lösaren behövde anpassas efter prediktionshorisonten och antalet styrsignaler. Lösaren kan kodgenereras vilket innebär att den kunde appliceras i motortestlabbet.

## 6 APPLICERING I MOTORCELL

Den framtagna regulatorm skapades för att kunna implementeras med dSpace i Linköpings Universitets motorcell. Det innebar att kod och optimeringslösare, samt samplingsfrekvens skapades och valdes för att detta skulle kunna genomföras.

Vid implementeringen i testcellen kunde det utökade kalmanfiltret köras. Testerna visade på att EKF fungerade som förväntat, vilket innebär god reducering av störningar. MPC:n med trottellmodell, exekveringstid cirka 0.4 ms, implementerades därefter. Trots att den beräknade frekvensen (cirka 100Hz) och exekveringstiden förväntades vara hanterbar inträffade ett oväntat reelltidsproblem vid implementeringen (1000Hz task overrun). Det innebär att inga lyckade simuleringar med MPC i testcellen kunde genomföras och utvärderas. Källan till felet är inte färdigt utrett vid tidpunkten denna rapport skrivs och kan därför inte framföras.



## 7 FRAMTIDA UTVECKLING

Här ges förslag på hur projektet skulle kunna utvecklas och förbättras i framtiden.

### 7.1 Trottel

Projektgruppen anser att trottellmodellen är färdigställd på ett tillfredsställande sätt, och att det är i andra delar av projektet som utvecklingspotentialen finns. Vid användning av denna modellen ligger den största utmaningen i framtagning av väl fungerande parametrar för effektivarean och  $\Psi$ -funktionens olika stadier. Vill man undersöka trottellmodellen vidare kan det göras med alternativa trottellmodeller eller alternativa modeller för kompressibelt flöde.

### 7.2 Insugsrör

Den utökade insugsrörsmodellen skulle kunna valideras ytterligare och eventuellt modelleras om. I årets projekt fanns inte tillräckligt med tid för att verkligen utvärdera den utökade modellen och bedöma resultatet, utöver att konstatera att modellen verkar stämma relativt bra. Resultatet vid simuleringar i enkla MPC-regulatorer visade på en liten inverkan på övriga tillstånd, så effekten av den extra modellen i jämförelse med adderad beräkningstid för realtids-MPC:n kan vara av intresse.

Det skulle även vara intressant att föra in modellen i den slutgiltiga motormodellen och MPC-regulatorn, för att se hur den skulle påverka beteendet i motortestcellen.

### 7.3 VVT

Den framtagna modellen som används i detta projekt, Black-box modellen (4.1), är en modell som utifrån de valideringar som gjorts ser bra ut samt resultatet från simuleringsmiljön. Däremot är det här en modell som enbart fungerar för ett konstant varvtal. Då parametervärdena är olika för olika varvtal kan det vara intressant att undersöka om dessa parametrar har ett beroende av varvtalet.

Framtida utveckling av VVT:n är att undersöka vidare på modellen som bygger på fysikaliska formler, 4.2, vilket inte gjordes på grund av tidsbrist. Den här modellen behöver inte köras med konstant varvtal till skillnad från Black-box modellen samt att regleringen kan bli bättre då MPC-regulatorn kan prediktera fysikaliska modeller bättre. Utöver detta så skulle man kunna bygga vidare på modellerna som inkluderar avgaskamfasningen, vilket inte görs i dessa modeller och där man inte fokuserar på modeller som enbart kan hantera konstanta varvtal.

### 7.4 MPC

För framtida utveckling av MPC-delen kan ett intressant första steg vara att utvärdera och prova olika kostnadsfunktioner. Effektivitets-kostnadsfunktionen formuleras idag genom att följa ett referensvärde på massflödet och minimera pumpförluster, och det kan vara av intresse att undersöka andra formuleringar.

Ett annat område för framtida utveckling kan vara att införa tillståndsbivillkor. För det här projektet fokuserades mest på bivillkoren för styrsignalerna, men i verkligheten kan det vara lämpligt att sätta gränser på tillstånden.

För att kunna implementera regulatorn i testcellen bör framtida projekt undersöka varför regulatorn blir överrun. Felet



kan bero på hur man prioriterar ordningen av olika tasks i testcellen. Det kan också finnas möjlighet att optimera och effektivisera regulatorns kod ytterligare.

Att erhålla ett explicit resultat av vad en justerad kostnadsfunktion genererar är viktigt för att användaren enkelt ska kunna tolka resultatet utan att besitta en djupare förståelse för systemet eller MPC-regulatorn. I den applikation som projektet resulterat i krävs analys av plottar av de simulerade tillstånden och målfunktionens förmåga att följa en given referens för att tolka resultatet av en simulering. Detta kräver en viss förståelse för systemet; användaren måste exempelvis kunna avgöra om det är logiskt att VVT:n nyttjas till fullo vid vissa arbetspunkter. Ett förslag på hur detta skulle kunna presenteras på ett tydligt sätt för användaren är att t.ex. låta bränsleförbrukningen och pumpförlusterna genereras när MPC:n använder effektivitet som mål.



## REFERENSER

- [1] R. Holmbom and L. Eriksson, "Analysis and development of compact models for mass flows through butterfly throttle valves," *SAE Technical Paper 2018-01-0876*, vol. 1, 2018.
- [2] L. Eriksson and L. Nielsen, *Modeling and Control of Engines and Drivelines*. John Wiley Sons, Ltd, 2014.
- [3] R. Holmbom, "Vvt modell idea," *SAE Technical Paper 2018-01-0876*, vol. 1, 2020.
- [4] J. Löfberg, "Mpc for nonlinear systems using trajectory linearizations," *Linköping University Department of Electrical Engineering*, vol. 1, p. 1, 1999.