Lektion 10

Uppgifter (Lektion): **2.15, 2.21**
Uppgifter (Rek.): *2.22, 2.23*
Teoretiska moment: **SC-filter, Skalning**

Teori

Regler för SC-kretsar

Regler för SC-filter

Parasitkapacitanser

Exempel 2.2 och 2.4

Transformationer

LDI Bilinjärt

Uppgifter

Uppgift 2.15

Formelsamling sidan 106.
Skalningen sker i olika snitt. (Jämför förra lektionen). I varje snitt så skalas alla invägar med k_i och alla utvägar skalas med $1/k_i$. Snitten görs “efter” varje integratorslänk.

I formelsamlingen fås informationen om de olika parametrarna.

$$a_0 = Ak_1,\ a_1 = 2A,\ a_2 = \frac{2A}{k_2},\ a_3 = \frac{2Rk_2}{L_2},\ a_4 = \frac{2R}{L_2k_3},\ a_5 = 2Bk_3,$$

$$a_6 = \frac{2B}{k_4},\ a_7 = \frac{2Rk_4}{L_4},\ a_8 = \frac{2R}{L_4k_5},\ a_9 = 2Ck_5,\ a_{10} = 2C,$$

$$b_1 = \frac{A(RC_2 + R/L_2)}{k_2k_3},\ b_2 = B(RC_2 + R/L_2)k_2k_3,$$

$$b_3 = \frac{B(RC_4 + R/L_4)}{k_4k_5},\ b_4 = C(RC_4 + R/L_4)k_4k_5 \text{ där}$$

$$A = \frac{1}{R\alpha_1 + R/L_2 - 1},\ B = \frac{1}{R\alpha_2 + R/L_2 + R/L_4},\ C = \frac{1}{R\alpha_3 + R/L_4 - 1},$$

$$\alpha_1 = C_1 + C_2,\ \alpha_2 = C_2 + C_3 + C_4,\ \alpha_3 = C_4 + C_5$$

$$k_1 = \frac{1}{|X_1/E|_{max}} = \frac{1}{0.91825481} \approx 1.089,\ k_2 = \frac{1}{k_1|X_2/E|_{max}} \approx 0.6891,$$

$$k_3 = \frac{1}{k_1k_2|X_3/E|_{max}} \approx 1.5519,\ k_4 = \frac{1}{k_1k_2k_3|X_4/E|_{max}} \approx 0.6877,$$

$$k_5 = \frac{1}{k_1k_2k_3k_4|X_5/E|_{max}} \approx 2.4971$$

Det inses också att $k_i = \frac{|X_{i-1}/E|_{max}}{|X_i/E|_{max}}$

Uppgift 2.21

Andragradslänkar. Enligt uppgift så skall filtret ha poler i $p_{1,2} = 0.4714045 \pm j0.3333333$ och dubbelt nollställe i $z_{1,2} = -0.25$.

Den analoga överföringsfunktionen är i allmännhet given av:

$$H(s) = -\frac{A_0s^2 + A_1s + A_2}{s^2 + B_1s + B_2} = -A_0\frac{s^2 + A_1's + A_2'}{s^2 + B_1s + B_2}$$

Kopplingen mellan s-planet och z-planet fås via den bilinjära transformationen.

$$s = \frac{z-1}{z+1}$$

Detta ger den diskreta överföringsfunktionen (sätt $A_1' = A_1/A_0$ och $A_2' = A_2/A_0$):

$$H[z] = H(s)\Big|_{s = \frac{z-1}{z+1}} = -A_0\frac{\frac{(z-1)^2}{(z+1)^2} + A_1'\frac{z-1}{z+1} + A_2'}{\frac{(z-1)^2}{(z+1)^2} + B_1\frac{z-1}{z+1} + B_2} = \ldots =$$

$$H[z] = -A_0\frac{z^2(1 + A_1' + A_2') + 2z(A_2' - 1) + (1 - A_1' + A_2')}{z^2(1 + B_1 + B_2) + 2z(B_2 - 1) + (1 - B_1 + B_2)} =$$

$$= -A_0\frac{(1 + A_1' + A_2')}{(1 + B_1 + B_2)}\frac{z^2 + z\frac{2(A_2' - 1)}{1 + A_1' + A_2'} + \frac{1 - A_1' + A_2'}{1 + A_1' + A_2'}}{z^2 + z\frac{2(B_2 - 1)}{1 + B_1 + B_2} + \frac{1 - B_1 + B_2}{1 + B_1 + B_2}}$$

Enligt uppgift så skulle överföringsfunktionen vara bestämd av

$$H[z] = \frac{(z + 0.25)^2}{(z - 0.4714045 + j0.3333333)(z - 0.4714045 - j0.3333333)} \approx$$

$$\approx \frac{z^2 + 0.5z + 0.0625}{z^2 - (2\sqrt{2}/3)z + 1/3}$$

Därmed kan termerna identifieras.

$$\frac{2(A_2' - 1)}{1 + A_1' + A_2'} = 0.5,\ \frac{1 - A_1' + A_2'}{1 + A_1' + A_2'} = 0.0625,\ \frac{2(B_2 - 1)}{1 + B_1 + B_2} = -\frac{2\sqrt{2}}{3},\ \frac{1 - B_1 + B_2}{1 + B_1 + B_2} = \frac{1}{3}$$

Detta ger resultaten:

$$A_1' = \frac{10}{3},\ A_2' = \frac{25}{9},\ B_1 = \frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \approx 0.5858,\ B_2 = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} \approx 0.1716$$

Återstår att bestämma förstärkningsfaktorn, förstärkningen vid likström skall vara lika med 1,

$$|H[e^{j0}]| = 1 \text{ vilket ger att } A_0\frac{4A_2'}{4B_2} = A_0\frac{A_2'}{B_2} = A_0\frac{25/9}{(\sqrt{2} - 1)/(\sqrt{2} + 1)} = 1$$

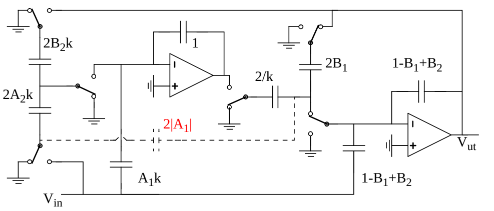
$$A_0 = \frac{9}{25}\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} \approx 0.0618,\ A_1 = \frac{6}{5}\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} \approx 0.2059,\ A_2 = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} \approx 0.1716$$

Sista steget består i att realisera länken. Välj till exempel $k = 1$ och länk 3 i kompendiumet:

$$2A_2k = 2B_2k = 2\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} \approx 0.34,\ 2B_1 = \frac{2\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \approx 1.17,$$

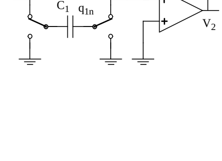
$$1 - B_1 + B_2 = B_1 = \frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \approx 0.59,\ A_0 + A_1 + A_2 = \frac{64}{25}\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} \approx 0.44$$

Förklaring av länken vore passande.



b)
Allpassfilter med överföringsfunktion $H[z] = 1$.
Mer förklaring senare.

Uppgift 2.22



Tidpunkt t**:**
Övre kondensatorn är kopplade mellan jord och virtuell jord (ingången på OP:n) – dvs kortsluten.

$$q_{1u}(t) = 0$$

Undre kondensatorn laddas med insignalen

$$q_{1n}(t) = C_1v_1(t)$$

Kondensatorn C_2 har laddningen

$$q_2(t) = C_2v_2(t)$$

Tidpunkt $t + \tau$**:**
Övre kondensatorn laddas upp

$$q_{1u}(t + \tau) = C_1v_1(t + \tau)$$

Undre kondensatorn kortsluts mellan jord och jord, all laddning försvinner från kretsen.

$$q_{1n}(t + \tau) = 0$$

Laddningen i den återkopplade kondensatorn bevaras, ingen laddning kan försvinna i på OP:ns ingång.

$$q_2(t + \tau) = q_2(t) \text{ dvs } C_2v_2(t + \tau) = C_2v_2(t) \text{ dvs } v_2(t + \tau) = v_2(t)$$

Tidpunkt $t + 2\tau$**:**
Övre kondensatorn laddas ur, men det inses nu att dess laddning kommer att transporteras till kondensator C_2 och den undre C_1, samtidigt “stjäl” den undre C_1 laddning eftersom den i denna fas laddas upp av insignalen. Detta ger

$$q_{1u}(t + 2\tau) = 0,\ q_{1n}(t + 2\tau) = C_1v_1(t + 2\tau) \text{ samt } q_2(t + 2\tau) = C_2v_2(t + 2\tau)$$

men laddningstransporten ger att laddningen från C_2 och övre C_1 sprider sig till C_2 och undre C_1:

$$-q_{1n}(t+2\tau)+(-q_2(t+2\tau)) = -q_{1u}(t+\tau)+(-q_2(t+\tau))$$

Detta ger att

$$C_1v_1(t+2\tau)+C_2v_2(t+2\tau) = C_1v_1(t+\tau)+C_2v_2(t+\tau) = C_1v_1(t+\tau)+C_2v_2(t)$$

Dessutom så visste man enligt uppgift att insignalen var styckvis konstant, att

$v_1(t+\tau) = v_1(t)$ vilket ger

$$C_1v_1(t+2\tau)+C_2v_2(t+2\tau) = C_1v_1(t)+C_2v_2(t)$$

Z-transformera uttrycket så fås:

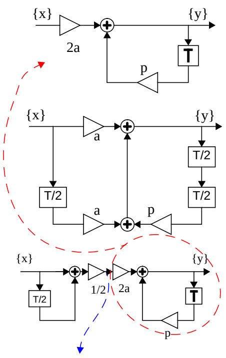
$$C_1(z-1)V_1[z] = C_2(1-z)V_2[z]$$

dvs

$$H[z] = \frac{V_1[z]}{V_2[z]} = -\frac{C_2}{C_1}\cdot\frac{z-1}{z-1} = -\frac{C_2}{C_1}$$

Kretsen är en inverterande förstärkare. Men i praktiken kan inte en pol på enhetscirkeln släckas ut med en pol på samma ställe. Kretsen måste användas i återkoppling.

Uppgift 2.23



$$x_i' = \frac{x_i + x_{i-1/2}}{2}$$

Differensekvationen i det första fallet blir

$$y[k] = 2ax[k]+py[k-1]$$

insekvensen är given av

$$\{x_1, x_2, x_3, \dots\}$$

Därmed kan utsekvensen

$$\{y_1, y_2, y_3, \dots\}$$

skrivas som

$$y_1 = 2ax_1,$$

$$y_2 = 2ax_2+py_1 = 2ax_2+2pax_1,$$

$$y_3 = 2ax_3+py_2 = 2ax_3+2apx_2+2ap^2x_1,$$

...

I det andra fallet blir differensekvationen

$$y[k] = ax[k]+ax[k-1/2]+py[k-1]$$

Dessutom så ges att insekvensen är

$$\{x_1, x_1, x_2, x_2, \dots\}$$

första x_1 indexeras med 0.5. Utsekvensen blir därmed:

$$y_{0.5} = ax_1,$$

$$y_{1.} = ax_1+ax_1+py_0 = 2ax_1,$$

$$y_{1.5} = ax_2+ax_1+py_{0.5} = ax_1+ax_2+pax_1,$$

$$y_2 = ax_2+ax_2+py_1 = 2ax_2+2pax_1,$$

$$y_{2.5} = ax_3+ax_2+py_{1.5} = ax_3+ax_2+pax_1+pax_2+p^2ax_1, \dots$$

Det ses att

$$y_{1.5} = \frac{y_1+y_2}{2}$$

och generaliserat till att

$$y_i = \frac{y_{i-1/2}+y_{i+1/2}}{2}$$

dvs interpolerar mellanvärdena. Mellanvärdena är dessutom givna av systemet i första fallet. Man kan också se att utsignalen är lika med – betrakta figur:

$$y[k] = 2ax'[k]+py[k-1]$$

där

$x'[k] = \dfrac{x[k]+x[k-1/2]}{2}$. Om $x[k] = x[k-1/2]$ så är $x'[k] = x[k]$.

Detta ger att

$y[k] = 2ax'[k]+py[k-1] = 2ax[k]+py[k-1]$ och därmed

$$y[k+1] = 2ax'[k+1]+py[k] = 2ax[k+1]+py[k]$$

Mellanvärdet är då givet av:

$$y[k+1/2] = 2ax'[k+1/2]+py[k-1] = 2a\frac{x[k+1/2]+x[k]}{2}+py[k-1/2] =$$

$$= a(x[k+1]+x[k])+py[k-1/2] =$$

$$= \frac{y[k+1]+y[k]}{2}+p\left(y[k-1/2]-\frac{y[k]+y[k-1]}{2}\right) \text{ (???)}$$

Kolla upp detta.