Lektion 7

Uppgifter (Lektion): **1.22, 1.23, 1.26**

Uppgifter (Rek.): *1.21, 1.24, 1.20*

Teoretiska moment: **Filterdesign, Aktiva filter, Passiva filter**

Teori

Kort arbetsgång vid konstruktion av aktivt filter:

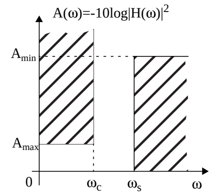
1. Utgå från en filterspecifikation
2. Identifiera gradtal, filterstruktur och komponentvärden.
3. Inför strömmar och spänningar i filtret. För ett allpolfilter så införs spänningar över kondensatorerna och strömmar genom spolerna.
4. Skriv upp sambandet mellan spänningar och strömmar: $I_0 = \frac{E - V_1}{R_i}$
5. Normera med ett R så att alla ekvationer är av spänningstyp: $RI_0 = \frac{R}{R_i}(E - V_1)$
6. Skapa ett signalflödesschema enligt ekvationerna. Använd integratorer, summerare och inverterare.
7. Eliminera alla inverterare genom att dra dem igenom schemat.
8. Används nya schemat med endast integratorer och summerare.
9. Skapa ett aktivt filterschema med hjälp av integratorer konstruerade med operationsförstärkare.
10. Identifiera komponenterna genom att jämföra signalflödesschemat och det aktiva filtret.
11. Välj lämpliga filter värden, till exempel alla kondensatorer i integratorerna lika stora, alla resistanser lika stora och symmetrier.
12. Eventuell skalning av filtret för att förhindra överstyrning av enskilda integratorer inne i filtret.

Uppgifter

Uppgift 1.22

Passband: $0 < f < 3.5\,\mathrm{kHz}$ och $A_{max} = 1\,\mathrm{dB}$

Spärrband $f > 10\,\mathrm{kHz}$ och $A_{min} = 20\,\mathrm{dB}$



Passivt butterworthfilter, gradtal fås ur tabell: $N = 3$.

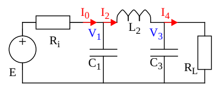
Välj ett spänningsmatat π-nät med reflektionsfaktorn $r = 1$, (lämpligt val för symmetrins skull) välj lämpliga resistansstorlekar $R_i = R_L = R_0 = 1k\Omega$.

Komponenterna fås ur tabell: $C_{3n} = 1$, $L_{2n} = 2$ och $C_{1n} = 1$. Dessa värden skall avnormeras enligt tabell till:

$$C = \frac{C_n}{\omega_0 R_0},\ L = \frac{R_0 L_n}{\omega_0},\ \text{där } \omega_0 = \omega_c \varepsilon^{-1/N} = \omega_c\left[\sqrt{10^{0.1A_{max}} - 1}\right]^{-1/N} \approx 27.55\,\mathrm{krad/s}.$$

Därmed fås att:

$$C_1 = C_2 = 36.3nF \text{ och } L_2 = 72.6mH$$



Ett antal filterkomponenter har hittats. Skapa ett signalflödesschema för nätet, betrakta först strömmar och spänningar i kretsen. Inför strömmar för “seriella” element och spänningar för “parallella” element. (Observera omnumreringen av kondensatorerna).

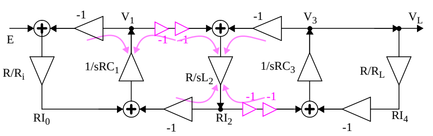
Detta ger sambanden:

$$I_0 = \frac{E - V_1}{R_i}$$
$$V_1 = \frac{1}{sC_1}(I_0 - I_2)$$
$$I_2 = \frac{V_1 - V_3}{sL_2}$$
$$V_3 = \frac{1}{sC_3}(I_2 - I_4)$$
$$I_4 = \frac{V_3}{R_L}$$

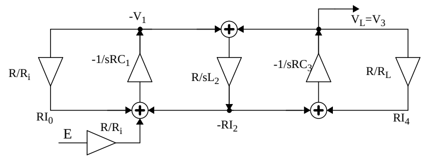
Normerade med ett R:

$$RI_0 = \frac{R}{R_i}(E - V_1)$$
$$V_1 = \frac{1}{sC_1 R}(RI_0 - RI_2)$$
$$RI_2 = \frac{R}{sL_2}(V_1 - V_3)$$
$$V_3 = \frac{1}{sRC_3}(RI_2 - RI_4)$$
$$RI_4 = \frac{R}{R_L}V_3$$

Ur dessa ekvationer kan vi därefter skissera ett signalflödesschema:



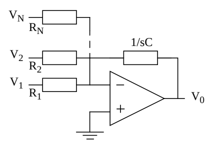
Nätet modifieras genom att dra -1 genom nätet och istället notera negativa spänningar:



Det ses att varje förstärkning från summerarna är en integrator, $K\frac{1}{s}$. Ingången till integratorn är dessutom summan av ett antal signaler.

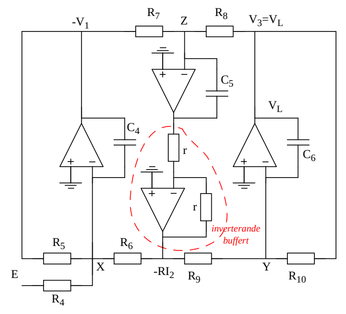
En summerande integrator kan realiseras med aktiva komponenter. Överföringsfunktionen för en summerande integrator blir:

$$V_0 = -\frac{1}{sC}\left(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \ldots + \frac{V_N}{R_N}\right)$$



Observera att det är en inverterande integrator. Därmed måste en inverterande buffer användas för förstärkaren i mitten i signalflödesschemat.

Detta ger en struktur enligt nedan. Det återstår att bestämma komponentvärdena för kretsen. Detta kan göras genom att jämföra signalflödesschemat och leapfrogschemat. Varje term som summeras och integreras jämförs var för sig:



Leapfrog SignalflödesschemaResultat

$$[-V_1]_E = -\frac{1}{sC_4}\cdot\frac{E}{R_4}\quad [-V_1]_E = \frac{R}{R_i}\cdot -\frac{E}{sRC_1} = -\frac{E}{sR_iC_1}\quad C_4R_4 = C_1R_i$$

$$[-V_1]_{-V_1} = -\frac{1}{sC_4}\cdot\frac{V_1}{R_5}\quad [-V_1]_{-V_1} = \frac{R}{R_i}\cdot -\frac{-V_1}{sRC_1} = -\frac{-V_1}{sR_iC_1}\quad C_4R_5 = C_1R_i$$

$$[-V_1]_{-RI_2} = -\frac{1}{sC_4}\frac{-RI_2}{R_6}\quad [-V_1]_{-RI_2} = -\frac{1}{sRC_1}(-RI_2)\quad C_4R_6 = C_1R$$

$$[-RI_2]_{-V_1} = -\frac{(-1)}{sC_5}\cdot\frac{-V_1}{R_7}\quad [-RI_2]_{-V_1} = \frac{R}{sL_2}(-V_1)\quad C_5R_7 = L_2/R$$

$$[-RI_2]_{V_3} = -\frac{(-1)}{sC_5}\cdot\frac{V_3}{R_8}\quad [-RI_2]_{V_3} = \frac{R}{sL_2}V_3\quad C_5R_8 = L_2/R$$

$$[V_3]_{-RI_2} = -\frac{1}{sC_6}\frac{-RI_2}{R_9}\quad [V_3]_{-RI_2} = -\frac{1}{sRC_3}(-RI_2)\quad C_6R_9 = C_3R$$

$$[V_3]_{V_3} = -\frac{1}{sC_6}\frac{V_3}{R_{10}}\quad [V_3]_{V_3} = -\frac{1}{sRC_3}\frac{R}{R_L}V_3 = -\frac{V_3}{sC_3R_L}\quad C_6R_{10} = C_3R_L$$

En bra start för att lösa alla ekvationer är att ansätta att alla kapacitanser skall vara lika stora. Välj till exempel

$$C_4 = C_5 = C_6 = 30nF$$

Dessa värden väljs till ungefär lika med de värden som hittades i stegnätet, detta borde ge rimliga värden på resistanserna (se nedan). Ur ekvationerna kan också ses att

$$R_4 = R_5 = \frac{C_1 R_i}{C_4} = \frac{36.3nF \cdot 1k\Omega}{30nF} = 1.21k\Omega \text{ och } R_{10} = \frac{C_3 R_L}{C_6} = 1.21k\Omega$$

Man kan också se att

$$R_6 = R_9 = \frac{C_1 R}{C_4} \text{ och att } R_7 = R_8 = \frac{L_2}{C_5 R}$$

Välj för symmetris skull $R_6 = R_7 = R_8 = R_9$ vilket ger att

$$R^2 = \frac{L_2 C_4}{C_1 C_5} \Rightarrow R = \sqrt{L_2/C_1} = 1000\sqrt{72.6/36.3} \approx 1.41k\Omega$$

Slutligen fås då att $R_6 = R_7 = R_8 = R_9 = 1.21 \cdot 1.41k\Omega \approx 1.71k\Omega$.

Sista resistansvärdet som inte påverkar några utsignaler är r. Välj r så att den är lika stor som någon av de andra resistanserna, till exempel $r = R_6 = 1.71k\Omega$.

Därmed är alla komponentvärden valda, ett annat alternativ skulle vara att välja kondensatorerna på ett sådan sätt att även $R_4 = R_5 = R_{10} = R$ ($C = 25.7nF$). Notera att R_4 kan väljas på ett sådant sätt att överföringsfunktionen vid likström blir lika med 1. Detta åstadkommes genom att halvera R_4.

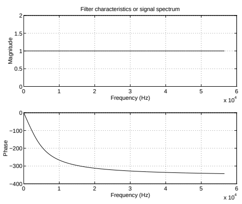
Uppgift 1.23

Ett allpassfilter skall kaskadkopplas med ett lågpassfilter.

Systemfunktionen för AP-filtret ges av

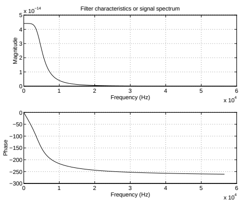
$$H(s) = K\frac{(s-a)^2 + b^2}{(s+a)^2 + b^2},$$

$$a = 0.928682 \text{ och } b = 0.429543$$



där värdena är normerade med avseende på $\omega_0 = 2\pi \cdot 4.5$ krad/s. (Frekvensen avser 3dB-gränsen, dvs att $A_{max} = 3$ dB).

LP-filtret skall vara ett tredje ordningens aktivt Butterworthfilter.



I tabell fås att de normerade polerna för filtret ligger i

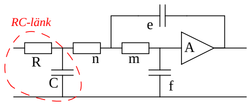
$$p_1 = -1 \text{ och}$$

$$p_{2,3} = -\frac{1}{2}(1 \pm j\sqrt{3}).$$

Polerna avnormeras enligt formelsamling med

$$\omega_{0p} = \omega_0 \varepsilon^{-1/N} = 9000\pi[\sqrt{10^{0.1 \cdot 3} - 1}]^{-1/3} \approx 28.3 \text{ krad/s}.$$

Använd ett andra ordningens aktivt filter enligt formelsamling sidan 74 (filter 1) – går att använda annan sort – tillsammans med en RC-länk som ger den ensamma reella polen (observera att denna länk egentligen borde vara buffrad). I detta fall (RC-länken) skall polen ges av



$$\frac{1}{RC} = |p_{1,\text{ avnorm.}}| = 1 \cdot 28297$$

Välj till exempel $R = n$.

Enligt formelsamlingen kan vi välja en UG-typ (unity gain) och får då kraven:

$$H(s) = K\frac{1}{s^2 + 2\sigma_p s + \omega_0^2},\ A = 1,\ m = n,\ e = \frac{1}{m\sigma_p},\ e = 4Q^2 f$$

Genom att identifiera termerna i överföringsfunktionen med de avnormerade polerna insatta så ses att $2\sigma_p = \omega_0$, dessutom så är definitionsmässigt $Q = \omega_0/2\sigma_p$, detta ger att $e = 4f$.

Välj lämpliga värden på resistanserna $m = n = R = 1k\Omega$, vilket ger att kondensatorerna blir

$$e = \frac{1}{1k \cdot 28297} \approx 35.3nF,\ f = 0.25e = 8.8nF \text{ och } C = e = 35.3nF.$$

För det aktiva AP-filtret måste en aktiv filterlänk hittas som kan realisera nollställen, välj till exempel nummer 26 i formelsamlingen. Överföringsfunktionen är given enligt:

$$\frac{V_2}{V_1} = \alpha\frac{s^2 + s\left(\frac{1}{me} + \frac{1}{ne} + \frac{1}{mf} - \frac{1}{\alpha mf}\right) + \frac{1}{mnef}}{s^2 + s\left(\frac{1}{me} + \frac{1}{ne}\right) + \frac{1}{mnef}}$$

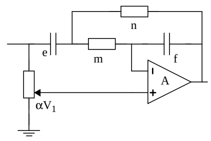
Denna funktion skall överensstämma med det avnormerade AP-filtrets struktur:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{s^2 - 2a\omega_0 s + (a^2 + b^2)\omega_0^2}{s^2 + 2a\omega_0 s + (a^2 + b^2)\omega_0^2}$$

Genom att identifiera termerna så fås att

$$\frac{1}{me} + \frac{1}{ne} + \frac{1}{mf} - \frac{1}{\alpha mf} = -2a\omega_0,$$

$$\frac{1}{me} + \frac{1}{ne} = 2a\omega_0,\ \frac{1}{mnef} = (a^2 + b^2)\omega_0^2$$



Dessutom så är det givet att

$$m = n,\ e = \frac{1}{m\sigma_p},\ e = 4Q^2 f,$$

$$\frac{1}{\alpha} = 1 + 2mf(\sigma_p - \sigma_z) \text{ och } \omega_{0z} = \omega_{0p}$$

Välj till exempel $m = n = 1k\Omega$ (samma som för LP-länken).
Detta ger att

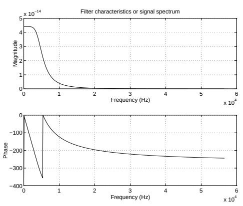
$$2 \cdot \frac{1}{e} = 2a\omega_0 m \Rightarrow e = \frac{1}{a\omega_0 m} = \frac{1}{0.928682 \cdot 9000\pi \cdot 1k} \approx 38.1nF$$

$$4Q^2 = \frac{(a^2 + b^2)\omega_0^2}{a^2\omega_0^2} = 1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 \approx 1.214, \text{ vilket ger att } f \approx e/1.214 \approx 29.1nF$$

Det sista som måste beräknas är faktorn α.

$$\frac{1}{\alpha} = 1 + 2mf(\sigma_p - \sigma_z) = 1 + 2\frac{1}{e\sigma_p}\frac{e}{4Q^2}2\sigma_p = 1 + \frac{4a^2}{a^2 + b^2} = \frac{5a^2 + b^2}{a^2 + b^2} \Rightarrow \alpha \approx 0.233$$

Därmed är alla värden bestämda.



För att ställa in α så kan en lämplig inställbar resistans väljas, spänningsdelning av V_1.

Det totala filtret får en linjär fas i passbandet vilket ger en konstant grupplöptid.

Uppgift 1.26

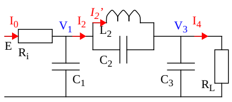
Beräkna ett elliptiskt aktivt leapfrogfilter. Avslutningsresistanserna är $1k\Omega$. Filterspecifikationen säger att i

passbandet, $0 < \omega < 2\pi$ krad/s, så är $A_{max} = 0.1$ dB och i

spärrbandet, $\omega > 4\pi$ krad/s, så är $A_{min} > 20$ dB

Bestäm gradtalet med hjälp av formelsamling; $N = 3$.

Detta ger en filterstruktur enligt tabell på sidan 50. Välj $A_{min} = 22.2$ dB ur tabellen, detta ger komponentvärdena:



$$C_1' = C_3' = 0.8740,\ C_2' = 0.2411 \text{ och}$$

$$L_2' = 0.9083$$

Välj resistanserna till $R_i = R_L = 1k\Omega$, dvs $\kappa^2 = 1$. De avnormerade värdena fås genom att

$$C = \frac{C_n}{\omega_0 R_0} \text{ och } L = \frac{R_0}{\omega_0}L_n, \text{ dvs}$$

$$C_1 = C_3 \approx 139.1nF,\ C_2 \approx 38.4nF \text{ och } L_2 \approx 144.6mH$$

Inför strömmar och spänningar som i uppgift 1.22 och ställ upp ekvationerna som beskriver

sambanden samt normera med en hjälpresistans:

$$I_0 = \frac{E - V_1}{R_i} \qquad RI_0 = \frac{R}{R_i}(E - V_1)$$

$$V_1 = \frac{1}{sC_1}(I_0 - I_2) \qquad V_1 = \frac{1}{sRC_1}(RI_0 - RI_2)$$

$$I_2 = \frac{1}{L_2 \parallel C_2}(V_1 - V_3) \qquad RI_2 = \frac{R}{sL_2/(1 + s^2 L_2 C_2)}(V_1 - V_3)$$

$$V_3 = \frac{1}{sC_3}(I_2 - I_4) \qquad V_3 = \frac{1}{sRC_3}(RI_2 - RI_4)$$

$$I_4 = \frac{V_3}{R_L} \qquad RI_4 = \frac{R}{R_L}V_3$$

Det visar sig dock att det inte är speciellt praktiskt att dela upp det på det här sättet för elliptiska filter. Parallellkopplingen av spolen och kondensatorn ger problem. Därför införs en extraström I_2' genom spolen. Formlerna för I_2 modifieras till:

$RI_2 = RI_2' + sRC_2(V_1 - V_3)$ (för spänningarna) och

$RI_2' = \frac{R}{sL_2}(V_1 - V_3)$ (för strömmarna)

På detta sätt kan uttrycket för RI_2 elimineras i ekvationerna för V_1 och V_3:

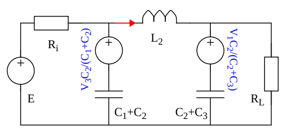
$$V_1 = \frac{1}{sRC_1}(RI_0 - RI_2' - sRC_2(V_1 - V_3)) \Rightarrow$$

$$V_1 = \frac{1}{sR(C_1 + C_2)}(RI_0 - RI_2') + \frac{C_2}{C_1 + C_2}V_3$$

På samma sätt fås

$$V_3 = \frac{1}{sR(C_2 + C_3)}(RI_2' - RI_4) + \frac{C_2}{C_2 + C_3}V_1$$

Detta är ett sätt att eliminera den parallellkopplade kondensatorn och flytta dess inverkan till C_1 och C_3 i stället.



På så sätt fås ett analogt nät.

Ur det nya nätet kan signalsambanden återigen sammanfattas:

$$RI_0 = \frac{R}{R_i}(E - V_1)$$

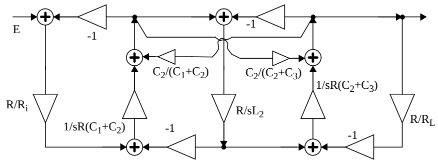
$$V_1 = \frac{1}{sR(C_1 + C_2)}(RI_0 - RI_2') + \frac{C_2}{C_1 + C_2}V_3$$

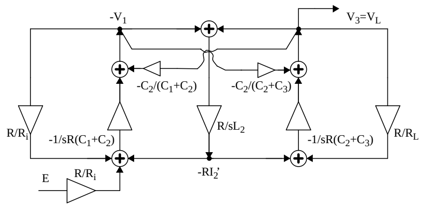
$$RI_2' = \frac{R}{sL_2}(V_1 - V_3)$$

$$V_3 = \frac{1}{sR(C_2 + C_3)}(RI_2' - RI_4) + \frac{C_2}{C_2 + C_3}V_1$$

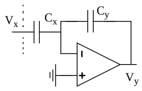
$$RI_4 = \frac{R}{R_L}V_3$$

Ur detta kan ett signalflödesschema skapas. Som beskrevs i uppgift 1.22 så kan −1 förstärkarna arrangeras om och ett annat schema erhålls.



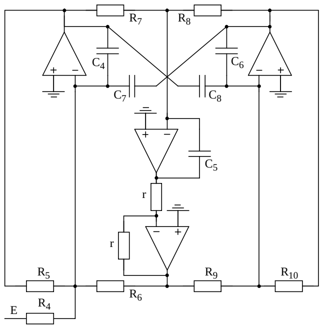


I detta fall ser vi att det finns existera en ren multiplikation av V_3 och V_1 som adderas till utgången på en integrator. Detta kan åstadkommas med aktiva komponenter med hjälp av kopplingen:



$$V_y = -\frac{1}{sC_y}\left(\frac{1}{1/sC_x}V_x + \dots\right) = -\frac{C_x}{C_y}V_x + \dots$$

Den aktiva realiseringen av filtret blir därmed:



Identifiera termerna för att bestämma storlekarna på komponenterna.

Aktivt leapfrogfilter	Signalflödesschema	Resultat
$[-V_1]_E = -\frac{1}{sC_4}\cdot\frac{E}{R_4}$	$[-V_1]_E = \frac{R}{R_i}\cdot-\frac{E}{sR\alpha_1} = -\frac{E}{sR_i\alpha_1}$	$C_4R_4 = \alpha_1R_i$
$[-V_1]_{-V_1} = -\frac{1}{sC_4}\cdot\frac{V_1}{R_5}$	$[-V_1]_{-V_1} = \frac{R}{R_i}\cdot-\frac{-V_1}{sR\alpha_1} = -\frac{-V_1}{sR_i\alpha_1}$	$C_4R_5 = \alpha_1R_i$
$[-V_1]_{-RI_2'} = -\frac{1}{sC_4}\frac{-RI_2}{R_6}$	$[-V_1]_{-RI_2} = -\frac{1}{sR\alpha_1}(-RI_2)$	$C_4R_6 = \alpha_1R$
$[-V_1]_{-V_3} = -\frac{C_7}{C_4}V_3$	$[-V_1]_{-V_3} = -\frac{C_2}{\alpha_1}V_3$	$C_4C_2 = C_7\alpha_1$
$[-RI_2]_{-V_1} = -\frac{(-1)}{sC_5}\cdot\frac{-V_1}{R_7}$	$[-RI_2]_{-V_1} = \frac{R}{sL_2}(-V_1)$	$C_5R_7 = L_2/R$
$[-RI_2]_{V_3} = -\frac{(-1)}{sC_5}\cdot\frac{V_3}{R_8}$	$[-RI_2]_{V_3} = \frac{R}{sL_2}V_3$	$C_5R_8 = L_2/R$
$[V_3]_{-RI_2} = -\frac{1}{sC_6}\frac{-RI_2}{R_9}$	$[V_3]_{-RI_2} = -\frac{1}{sR\alpha_2}(-RI_2)$	$C_6R_9 = \alpha_2R$
$[V_3]_{V_3} = -\frac{1}{sC_6}\frac{V_3}{R_{10}}$	$[V_3]_{V_3} = -\frac{1}{sR\alpha_2}\frac{R}{R_L}V_3 = -\frac{V_3}{s\alpha_2R_L}$	$C_6R_{10} = \alpha_2R_L$
$[V_3]_{-V_1} = -\frac{C_8}{C_6}(-V_1)$	$[V_3]_{-V_1} = -\frac{C_2}{\alpha_2}(-V_1)$	$C_2C_6 = C_8\alpha_2$

Där $\alpha_1 = C_1 + C_2$ och $\alpha_2 = C_2 + C_3$.

Välj t.ex. $R_i = R_L = R = r = 1k\Omega$ och $C_4 = C_5 = C_6 = 180nF$

Med dessa värden insatta så fås att

$$R_4 = R_5 = R_6 = \frac{R\alpha_1}{C_4} = \frac{R(C_1 + C_2)}{C_4} = \frac{1k\Omega(139.1 + 38.4)nF}{180nF} = 986\Omega$$

$$R_9 = R_{10} = \frac{R\alpha_2}{C_6} = \frac{R(C_3 + C_2)}{C_6} = \frac{1k\Omega(139.1 + 38.4)nF}{180nF} = 986\Omega$$

$$R_7 = R_8 = \frac{L_2}{RC_5} = \frac{144.4mH}{1k\Omega 180nF} = 802\Omega$$

$$C_7 = \frac{C_4C_2}{\alpha_1} = \frac{180nF38.4nF}{177.5nF} = 39nF \quad ; \quad C_8 = \frac{C_6C_2}{\alpha_2} = \frac{180nF38.4nF}{177.5nF} = 39nF$$

(Om $C_4 = C_5 = C_6 = \alpha_1 = \alpha_2 = 177.5nF$ så fås att fler resistanser kan väljas lika stora $R_i = R_L = R = r = R_4 = R_5 = R_6 = R_9 = R_{10} = 1k\Omega$)

Uppgift 1.21

Specifikationen:

$A_{max} < 1.5$ dB i passbandet, $f \le 1.5$ kHz ($\omega_0 \approx 9.424$ krad/s) och

$A_{min} > 30$ dB i spärrbandet, $f \ge 2.8$ kHz

ger gradtalet $N = 3$.
De normerade polerna fås till (läs i tabellen för $A_{min} = 30.51$ dB – det vore dock smartare att välja ett högre värde på A_{min} för att vara på säkra sidan.)

$p_{1,2} = -0.18827 \pm j0.97268$ och $p_3 = -0.51387$

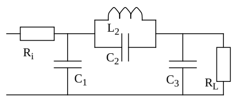
De normerade nollställena blir:

$z_{1,2} = \pm j1.9165$

Avnormerade poler och nollställen blir då:
$p_{1,2} \approx -1.774 \pm j9.167$ krad/s, $p_3 = -4.84$ krad/s och $z_{1,2} = \pm j18.06$ krad/s.

Två möjliga nätkonfigurationer.
Antag att $\kappa^2 = 1$, till exempel

$R_i = R_L = 1k\Omega$.



Komponentvärdena blir

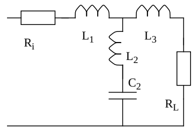
$C_1 = C_3 = 1.9460$, $C_2 = 0.3549$

$L_2 = 0.7672$

respektive

$L_1 = L_3 = 1.9460$, $L_2 = 0.3549$

$C_2 = 0.7672$



Värdena avnormeras enligt tabell:

$$C = \frac{C_n}{\omega_0 R_0} \text{ och } L = \frac{R_0}{\omega_0}L_n$$

Detta ger värdena

$C_1 = C_3 = 206.5nF$, $C_2 = 37.7nF$ och $L_2 = 81.4mH$ respektive

$L_1 = L_3 = 206.5mH$, $L_2 = 37.7mH$ och $C_2 = 81.4nF$.

och så vidare – kompletteras vid senare tillfälle.

Uppgift 1.24

Rita nätkonfigurationen med GIC-syntes.

Uppgift 1.20

Realisera ett aktivt Chebyshev II-filter med kaskadkopplade DIG-länkar.

Passband, $0 \le \omega \le 5\pi$ krad/s, $A_{max} = 3$ dB

Spärrband, $f \ge 13.1\pi$ krad/s, $A_{min} = 50$ dB

Gradtalet bestäms med hjälp av tabellsamling; $N = 4$.