Lektion 6

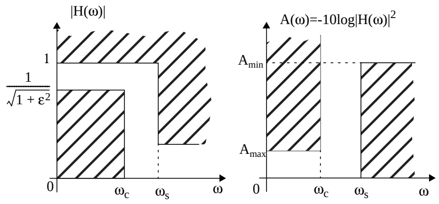
Uppgifter (Lektion): **1.2, 1.8, 1.10, 1.13, 1.18**

Uppgifter (Rek.): *1.1, 1.9, 1.14, 1.19*

Teoretiska moment: **Filterdesign**

Teori

Filterspecifikation



Förhållandet mellan beloppsfunktionen och dämpningen är given enligt:

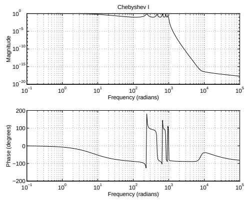
$$A(\omega) = 10\log\left|\frac{H_0}{H(\omega)}\right|^2 = 20\log\left|\frac{H_0}{H(\omega)}\right| \text{ där } H_0 = \max H(\omega)$$

Rippel är givet av ε, beloppsfunktionen varierar mellan H_0 och $H_0\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}$.

Ur detta kan ses att

$$A_{mac} = 20\log\frac{H_0}{H_0/\sqrt{1+\varepsilon^2}} = 10\log(1+\varepsilon^2) \approx \frac{\varepsilon^2}{2.31}$$

Kort om olika filtertyper



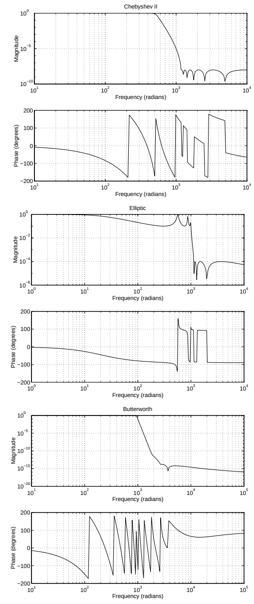
Chebyshev I
Rippel i passbandet, flat i spärrband. Några ord om fas och branthet hos filtret.

Chebyshev II
Rippel i spärrbandet, flat i passband. Några ord om fas och branthet hos filtret.

Elliptiska (Cauer-Chebyshev)
Rippel i både spärr och passband. Några ord om

fas och branthet hos filtret.

Butterworth
Flat i både spärr och passband. Några ord om fas och branthet hos filtret.



Tabeller

Normering och avnormering i tabellerna

Resistanser: $R_n = \frac{R}{R_0}$ och $R = R_0R_n$

Induktanser: $L_n = \frac{\omega_0 L}{R_0}$ och $L = \frac{R_0L_n}{\omega_0}$

Kapacitanser: $C_n = \omega_0CR_0$ och $C = \frac{C_n}{\omega_0R_0}$

Frekvenser: $\omega_n = \frac{\omega}{\omega_0}$ och $\omega = \omega_0\omega_n$

$R_0 = R_L$ är lastresistansen.

Olika nätstrukturer beroende på om nätet är spänningsmatat eller strömmatat. Också beroende på gradtalet hos filtret.

Reflektionsfaktorn definieras som: $r = \frac{R_i}{R_L}$

Uppgifter

Uppgift 1.2

Specifikation:

$\omega_c = 1000$ rad/s, $\omega_s = 2000$ rad/s, $Z_L = 1k\Omega$, $Z_i = 125\Omega$.

Ett filter av Chebyshev I typ skall implementeras, med minsta möjliga gradtal som uppfyller specifikationen ovan. Beloppskurvan normeras och ger maximalvärdet $H_0 = 1$. Genom att utnyttja detta och informationen i uppgiften så kan man beräkna:

$A_{max} = 20\log1.2 \approx 1.58\,\text{dB}$ och $A_{min} = 20\log(1/0.1) = 20\,\text{dB}$

Genom att utnyttja nomogram så kan gradtalet bestämmas. Men detta kan också bestämmas med hjälp av

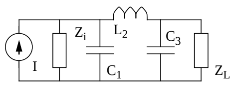
$$N = \left\lceil \operatorname{acosh}\sqrt{\frac{10^{0.1A_{min}}-1}{10^{0.1A_{max}}-1}} \Big/ \operatorname{acosh}\left(\frac{\omega_s}{\omega_c}\right)\right\rceil \approx \lceil 2.58 \rceil = 3$$

Vidare vet man att kretsen skall vara strömmatad och att $r = |Z_i/Z_L| = 1/8$. Rippel kunde beräknas till att vara ungefär 1.6 dB. Räkna med närmast nedre tabellerade rippel (= 1dB, sidan 36). Komponentvärdena avläses – eftersom kretsen var strömmatad och gradtalet var udda ($N = 3$) så måste den första komponenten vara en kondensator (sidan 23).

$C_{1n} = 12.5563$

$L_{2n} = 0.1657$

$C_{3n} = 8.8038$

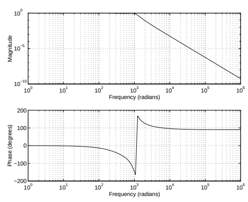


Värdena normeras tillbaka, vilket ger:

$C_1 = \frac{C_{1n}}{\omega_0 Z_L} = \frac{12.5563}{1000\cdot1000} = 12.5563\mu F$,

$L_2 = \frac{Z_L L_{2n}}{\omega_0} = \frac{1000\cdot0.1657}{1000} = 0.1657H$,

och $C_3 = \frac{C_{3n}}{\omega_0 Z_L} = 8.8038\mu F$



Uppgift 1.8

En dubbelt resistivt avslutat elliptiskt HP-filter. Specifikationen är given enligt:

Passbandet: $f \geq 22.4kHz$, $\omega_2 = 2\pi\cdot22400 \approx 140743$ och $A_{max} \leq 0.1\,\text{dB}$

Spärrband: $f \leq 11.0kHz$, $\omega_3 = 2\pi\cdot11000 = 69115$ och $A_{min} \geq 40\,\text{dB}$

I designen så utgå från ett LP-filter och transformera det därefter till ett HP-filter enligt sidan 67. För de elliptiska filtrena så är frekvenserna normerade så att $\Omega_2 = 1$. Detta ger att vi kan

bestämma

$\omega_I^2 = \omega_2\Omega_2 = \omega_2 = 140743$ och därmed $\Omega_3 = \omega_2/\omega_3 \approx 2.04$

Ur nomogrammet får man gradtalet till $N = 4$. och kravet på A_{max} ger tabell sidan 53.

$A_{max} = 0.1 = -10\log(1-\rho^2) \Rightarrow \rho \approx 0.2$

Kravet på A_{min} ger att vi kan gå in i tabell där $A_{min} = 40.02\,\text{dB}$. Eftersom vi har dubbelt resistivt avslutande nät så väljs övre formatet (parallellkopplade kapacitans), $\kappa^2 = 0.7391$.

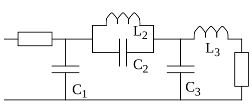
$C_{1n} = 0.9307$

$C_{2n} = 0.2191$

$L_{2n} = 1.063$

$C_{3n} = 1.631$

$L_{4n} = 0.8307$



Poler och nollställen blir $p = -0.219 \pm j1.119$, $p = -0.671 \pm j0.528$, $z = \pm j2.072$.

Transformeringen från LP till HP fås genom:

$R_{LP} \to R_{HP} = R_{LP}$, $C_{LP} \to L_{HP} = 1/\omega_I^2 C_{LP}$, $L_{LP} \to C_{HP} = 1/\omega_I^2 L_{LP}$

Polerna transformeras enligt:

$s_{LP} \to s_{HP} = \frac{\omega_I^2}{s}$

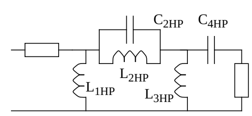
$L_{1HP} = [140743\cdot0.9307]^{-1} \approx 7.63\mu H$

$L_{2HP} = [140743\cdot0.2191]^{-1} \approx 32.43\mu H$

$C_{2HP} = [140743\cdot1.063]^{-1} \approx 6.68\mu F$

$L_{3HP} = [140743\cdot1.631]^{-1} \approx 4.36\mu H$

$C_{3HP} = [140743\cdot0.8307]^{-1} \approx 8.55\mu F$



Dessa värden är dock orimliga (onormerade, $R = 1$). Välj till exempel $R_0 = 1k\Omega$. $R_A = R_0R_{HP}$, $L_A = R_0L_{HP}$ och $C_A = C_{HP}/R_0$. Detta ger slutligen värdena:

$L_1 = 7.63mH$, $L_2 = 32.43mH$, $C_2 = 6.68nF$, $L_3 = 4.36mH$, $C_3 = 8.55nF$

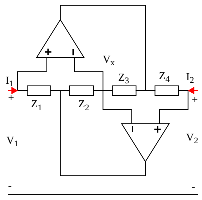
Polerna och nollställen beräknas till (krad/s):

$p = -23.7 \pm j121.1$, $p = -129.5 \pm j101.9$ och $z = \pm j67.9$

Uppgift 1.10

(1.11 räknas istället)

GIC - *Generalized impedance converter*.
Används bland annat för att realisera induktanser på chip. (Induktanser är i princip omöjliga – vid låga frekvenser – att realisera på chip utan att kräva en stor chiparea)



K-matrisen skall beräknas.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

$$A = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{-I_2 = 0}, B = \left.\frac{V_1}{-I_2}\right|_{V_2 = 0}, C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{-I_2 = 0}, D = \left.\frac{I_1}{-I_2}\right|_{V_2 = 0}$$

Om N steg med kedjematris K_i kaskadkopplas så kan det totala systemet beskrivas av matrisprodukten $K_{TOT} = K_1 K_2 \ldots K_N$.

Operationsförstärkarna antas vara ideala. Detta ger att spänningsfallet mellan ingångarna på operationsförstärkarna måste vara noll. Det leder i sin tur till att potentialen i V_x måste vara lika med potentialen i V_1 **och** V_2, dvs $V_1 = V_2$. Det flyter dessutom inte in någon ström i en ideal operationsförstärkare. Med hjälp av Kirchoffs lagar så fås – antag att alla strömmar flyter in mot punkten V_x:

$V_1 - I_1 Z_1 - I_{Z2} Z_2 = V_x = V_1$ vilket ger $I_{Z2} = -I_1 Z_1 / Z_2$

$V_2 - I_2 Z_4 - I_{Z3} Z_3 = V_x = V_2$ vilket ger $I_{Z3} = -I_2 Z_4 / Z_3$

$I_{Z2} = -I_{Z3}$ vilket ger att $-I_1 Z_1 / Z_2 = I_2 Z_4 / Z_3$, dvs att $I_1 = -I_2 \dfrac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3}$

Ur alla dessa samband så fås att

$$A = 1, B = 0, C = 0, D = \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3}$$

Om en impedans kopplas i port två så fås ett förhållande mellan spänning och ström:

$$V_2 = -I_2 Z$$

Dvs att $V_1 = V_2$ och att $I_1 = \dfrac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3} \cdot \dfrac{V_2}{Z}$ och därmed är

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{\frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3} \cdot \frac{V_2}{Z}} = Z \frac{Z_1 Z_3}{Z_2 Z_4}$$

Om $Z = Z_1 = Z_3 = Z_2 = R$ och $Z_4 = \dfrac{1}{sC}$ så fås $Z_{in} = sCR^2 = sL$.

Uppgift 1.13

"maximalt flat amplitudkurva" – inget rippel – Butterworthfilter saknar rippel.
Gränsfrekvensen enligt 3dB-definitionen är 3.5 kHz och dämpning för frekvenser $f > 10$ kHz är 25dB.

Aktiva länkar av unity-gaintyp skall användas. Filtret är ett lågpassfilter och med aktiva länkar enligt formelsamling så fås två poler. Enligt formelsamlingen så krävs dock ett gradtal på

$$N = \left\lceil \frac{1}{2} \log\left[\frac{10^{0.1 A_{min}} - 1}{10^{0.1 A_{max}} - 1}\right] / \log\left(\frac{\omega_s}{\omega_c}\right) \right\rceil = \lceil 2.74 \rceil = 3$$

Därför måste en extra pol läggas till, detta kan göras med en passiv RC-länk i stegnätet.

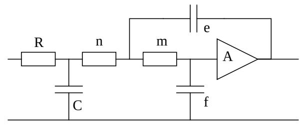
Enligt tabellen så ligger de normerade polerna i

$$p_1 = -1, \; p_{2,3} = \frac{-1 \pm j\sqrt{3}}{2}$$

Avnormering fås genom multiplikation med ω_0, där (tabell sida 26)

$$\omega_{0p} = \omega_c \varepsilon^{-1/N} = \omega_c \left[\sqrt{10^{0.1 \cdot A_{max}} - 1}\right]^{-1/N} \text{ dvs att } \omega_{0p} \approx 2\pi \cdot 3.5k \cdot 1.0008 \approx 22 \text{ krad/s.}$$

Lämplig länk är given i tabell på sidan 74. För unity-gain (UG) så skall:



$$A = 1, \frac{m}{n} = 1, e = \frac{1}{m\sigma_p},$$

$$\frac{e}{f} = 4Q^2 = 4\left(\frac{\sigma_p}{2\omega_{0p}}\right)^2$$

Där σ_p är given enligt $2\sigma_p = \omega_{0p}$.

Välj lämplig gemensam storlek på alla resistanser $R = n = m = 1k\Omega$. Kondensator C skall ge en pol i $p = -\omega_{0p}$, vilket ger att $C = 1/R\omega_{0p} \approx 45.5n$. De andra värdena kan beräknas enligt givna formler, sammanfattningsvis:

$$R = m = n = 1k\Omega, \; C = 45.5nF, \; e = 90.9nF, \; f = e/4 = 22.7nF$$

Uppgift 1.18

Inför noder efter alla operationsförstärkare och använd därefter standardformeln

$$V = -\left(\frac{Z}{Z_1} V_1 + \frac{Z}{Z_2} V_2 + \ldots + \frac{Z}{Z_N} V_N\right)$$

Ur figuren så fås att:

$$V_x = -\frac{1}{sC_2}\left(\frac{V_2}{R_7} + \frac{V_1}{R_6}\right)$$

$$V_y = -r_1\left(\frac{V_x}{r_2} + \frac{V_2}{R_5} + \frac{V_1}{R_4}\right) = -r_1\left[V_1\left(\frac{1}{R_4} - \frac{1}{sC_2 R_6 r_2}\right) + V_2\left(\frac{1}{R_5} - \frac{1}{sC_2 R_7 r_2}\right)\right]$$

$$V_2 = -\frac{1}{sC_1}\left(\frac{V_y}{R_3} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_1}{R_1/(1 + sC_0 R_1)}\right) =$$

$$= -\frac{1}{sC_1}\left[V_1\left(\frac{1 + sC_0 R_1}{R_1} - \frac{r_1}{R_3}\left(\frac{1}{R_4} - \frac{1}{sC_2 R_6 r_2}\right)\right) + V_2\left(\frac{1}{R_2} - \frac{r_1}{R_3}\left(\frac{1}{R_5} - \frac{1}{sC_2 R_7 r_2}\right)\right)\right]$$

Vilket ger

$$\frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{-\frac{1}{sC_1}\left(\frac{1 + sC_0 R_1}{R_1} - \frac{r_1}{R_3}\left(\frac{1}{R_4} - \frac{1}{sC_2 R_6 r_2}\right)\right)}{1 + \frac{1}{sC_1}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{r_1}{R_3}\left(\frac{1}{R_5} - \frac{1}{sC_2 R_7 r_2}\right)\right)} = -\frac{C_0}{C_1} \frac{s^2 + s\left(\frac{1}{R_1 C_0} - \frac{r_1}{R_3 R_4 C_0}\right) - \frac{r_1}{r_2 R_3 R_6 C_0 C_2}}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_2 C_1} - \frac{r_1}{R_3 R_5 C_1}\right) + \frac{r_1}{r_2 R_3 R_7 C_1 C_2}}$$

Uppgift 1.1

Gränsfrekvensen är given $\omega_c = 2\pi \cdot 3.5 \cdot 10^3 \approx 22$ krad/s vid $A_{max} = 3$ dB.

Dessutom gäller att $\omega_s = 2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \approx 63$ krad/s $A_{min} = 25$ dB.

Nomogram och formler ger gradtalet $N = 3$ (på sidan 27 respektive 25).

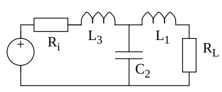
Enligt formelsamlingen på sidan 23 så den inre impedansen hos spänningsgeneratorn normeras till $1/R_i$. Reflektionsfaktorn $r = R_L / R_i = 600/1200 = 0.5$.

Enligt tabell sidan 28 så finns de onormerade värdena:

$L_{1n} = 3.2612$, $C_{2n} = 0.7789$, $L_{3n} = 1.1811$

Värdena avnormeras genom $L = \dfrac{R_0 L_n}{\omega_0}$ och $C = \dfrac{C_n}{\omega_0 R_0}$:

$L_1 = 88.9mH$, $C_2 = 59nF$, $L_3 = 49mH$

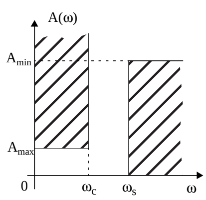


Uppgift 1.9

$\omega_c = 10.7$ krad/s $\omega_s = 19.3$ krad/s.

$A_{min} = 50$ dB och $A_{max} = 0.1$ dB

$R_i = 1.8k\Omega$



Dämpningskraven uppfylls med gradtal $N = 5$. (nomogram). Välj tabell på sidan 56.

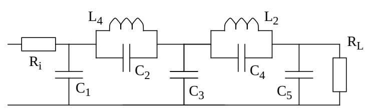
I tabell ses $\kappa^2 = 1.0$ och välj π-nät, detta ger:

$C_{1n} = 1.05745$, $C_{2n} = 0.10836$,

$L_{2n} = 1.25765$, $C_{3n} = 1.71457$,
$C_{4n} = 0.30465$, $L_{4n} = 1.04518$, $C_{5n} = 0.89926$

Dessa värden avnormeras genom $L = R_0 L_n / \omega_0$ och $C = C_n / \omega_0 R_0$:

$C_1 = 54.9nF$,
$C_2 = 5.63nF$,
$L_2 = 211.6mH$,
$C_3 = 89.0nF$,
$C_4 = 15.8nF$,
$L_4 = 175.8mH$,
$C_5 = 46.7nF$



Uppgift 1.14

OBS! Felaktig lösning nedanför. Lösningar kommer att presenteras senare.

Specifikationen är $A_{max} = 0.5$ dB, $\omega_c = 10 \cdot 2\pi$ Hz, $A_{min} = 30$ dB, $\omega_s = 5 \cdot 2\pi$ Hz.

Betrakta nomogrammet för det omvända fallet, dvs $\omega'_c = 5$ Hz och $\omega'_s = 10$ Hz, detta ger gradtalet $N = 4$. (tabell sid 32). Använd tabell på sidan 31 och få polerna:

$$p_{1,2} = -0.1753531 \pm j1.0162529 \text{ och } p_{3,4} = -0.4233398 \pm j0.4209457$$

Använd tabell på sidan 67 för att åstadkomma ett HP-filter. Polerna övergår till $p \to \dfrac{\omega_I^2}{p}$ där $\omega_I^2 = 1 \cdot \omega_c = 20\pi$. Detta ger polerna:

$$p_{1,2} = -10.3543 \pm j60.0241 \text{ och } p_{3,4} = -74.6306 \pm j74.2085$$

Använd tabell sidan 74 och 75 för att hitta en länk som ger högpass (HP) och positiv återkoppling (PF), välj fall 2 och kaskadkoppla två länkar för att få fyra poler.

$$\frac{V_2}{V_1} = A \frac{s^2}{s^2 + s\left(\frac{1}{me} + \frac{1}{mf} + \frac{1 - A}{ne}\right) + \frac{1}{mnef}}$$

$$A > 1 \quad \frac{e}{f} = 1 \quad \frac{m}{n} = 1 \quad m = \frac{1}{e\omega_c} \quad A = 3 - \frac{1}{Q} = 3 - \frac{2\sigma_p}{\omega_c}$$

Detta ger $\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{s^2}{s^2 + 2s\sigma_p + \omega_c^2}$

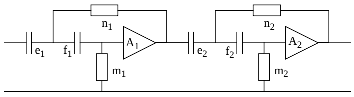
För länk 1 så används pol $p_{1,2}$, $2\sigma_{p1} = 20.7086$, $\omega_c = 62.8319$.

För länk 2 så används pol $p_{3,4}$, $2\sigma_{p2} = 149.2612$, $\omega_c = 62.8319$.

Enligt uppgift skulle kondensatorerna väljas till $C = e_1 = e_2 = f_1 = f_2 = 1\mu F$.

Detta ger värdena:

$n_1 = m_1 =$



Uppgift 1.19

Överföringsfunktion enligt 1.18.
Inför noder efter varje operationsförstärkare och kalla dem V_x, V_y (och V_2). Detta ger ekvationerna:

$$V_x = -\frac{1}{sC}\left(\frac{1}{2R}V_1 + \frac{1}{R}V_2\right) = -\frac{1}{s2RC}V_1 - \frac{1}{sRC}V_2$$

$$V_y = -\left(R_1 \parallel \frac{1}{sC}\right)\left(\frac{1}{R_2}V_1 + \frac{1}{R}V_x\right) = -\frac{R_1}{(1+sR_1C)}\frac{1}{R_2}V_1 - \frac{R_1}{(1+sR_1C)}\frac{1}{R}V_x$$

$$V_2 = -R\left(\frac{1}{2R}V_1 + \frac{1}{R}V_y\right) = -\frac{1}{2}V_1 - V_y = \left(\frac{R_1}{(1+sR_1C)}\frac{1}{R_2} - \frac{1}{2}\right)V_1 + \frac{R_1}{(1+sR_1C)}\frac{1}{R}V_x =$$

$$= \left(\frac{R_1}{(1+sR_1C)}\frac{1}{R_2} - \frac{1}{2} - \frac{R_1}{(1+sR_1C)}\frac{1}{s2R^2C}\right)V_1 - \frac{R_1}{(1+sR_1C)}\frac{1}{sR^2C}V_2$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{R_1}{(1+sR_1C)}\frac{1}{R_2} - \frac{1}{2} - \frac{R_1}{(1+sR_1C)}\frac{1}{s2R^2C}}{1 + \frac{R_1}{(1+sR_1C)}\frac{1}{sR^2C}} = \frac{2sR_1R^2C - (1+sR_1C)R_2sR^2C - R_1R_2}{2(1+sR_1C)sR^2CR_2 + 2R_1R_2} =$$

$$= \frac{-s^2R_1R_2R^2C^2 + 2s(R_1 - R_2)R^2C - R_1R_2}{s^2R_1R_2R^2C^2 + sR_2R^2C + R_1R_2} = \left(-\frac{1}{2}\right)\frac{s^2 - \frac{R_1 - 2R_2}{CR_1R_2}s + \frac{1}{R^2C^2}}{s^2 + \frac{R_2}{CR_1R_2}s + \frac{1}{R^2C^2}}$$