

TSKS06 Linjära system för kommunikation

Kursdel Elektriska kretsar

Föreläsning 3

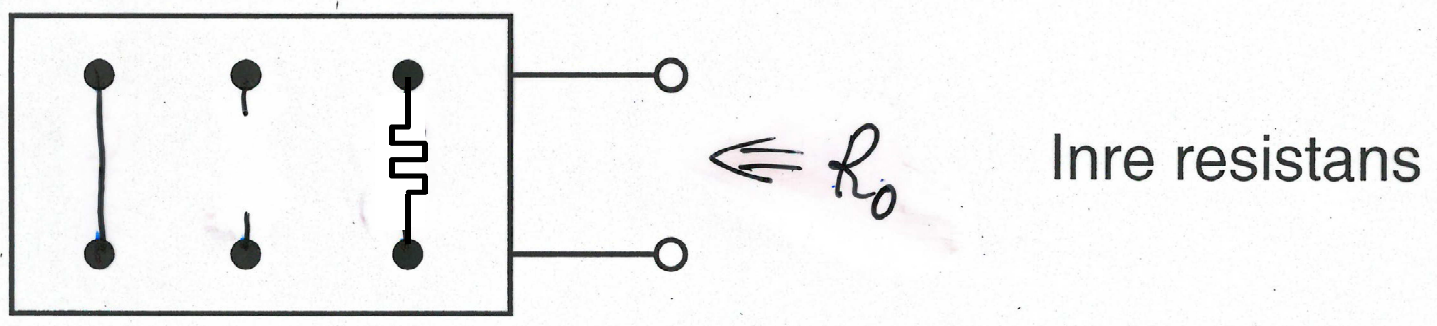
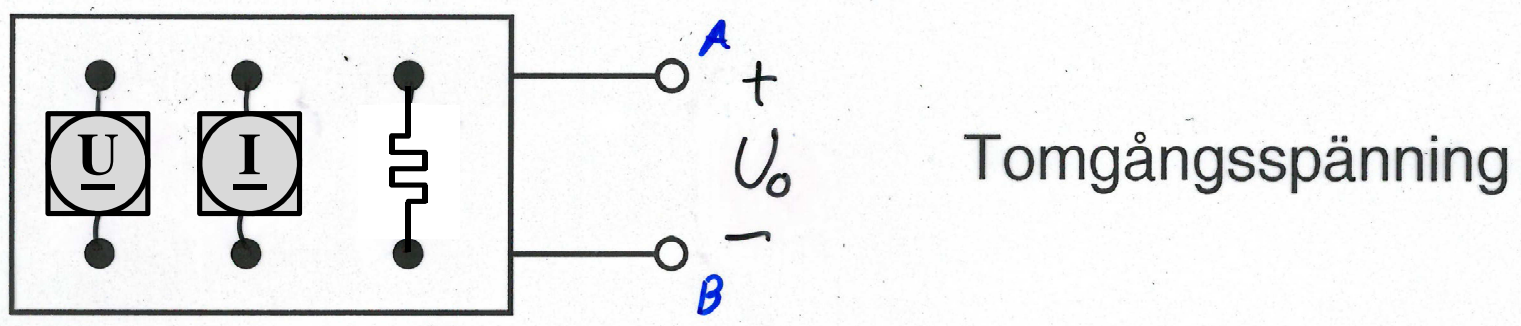
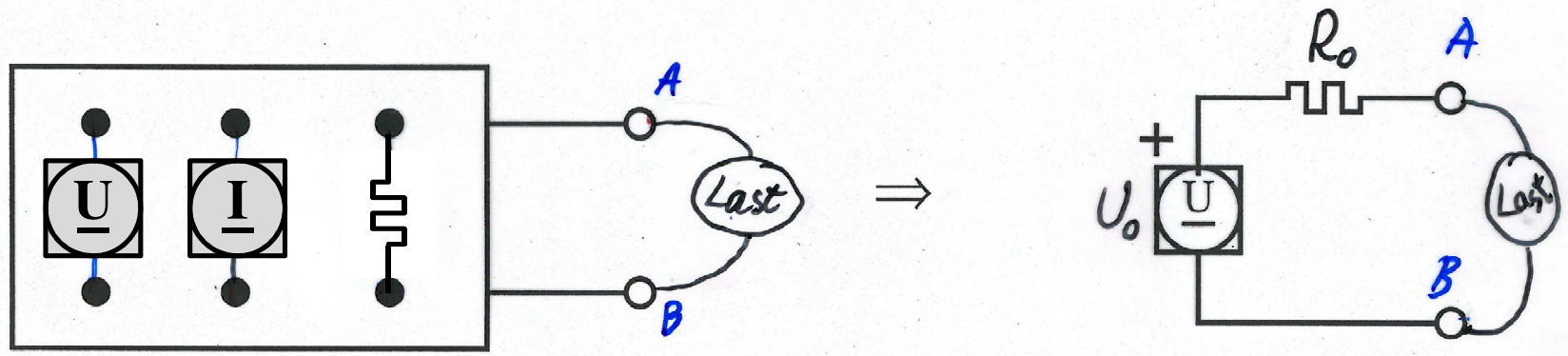
Likströmsteori: Tvåpoler och problemlösning

Mikael Olofsson

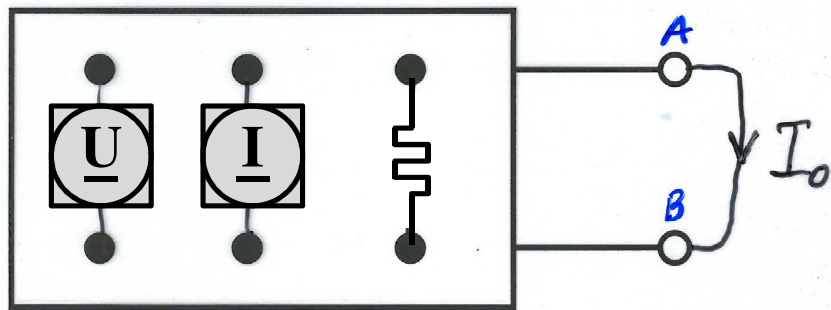
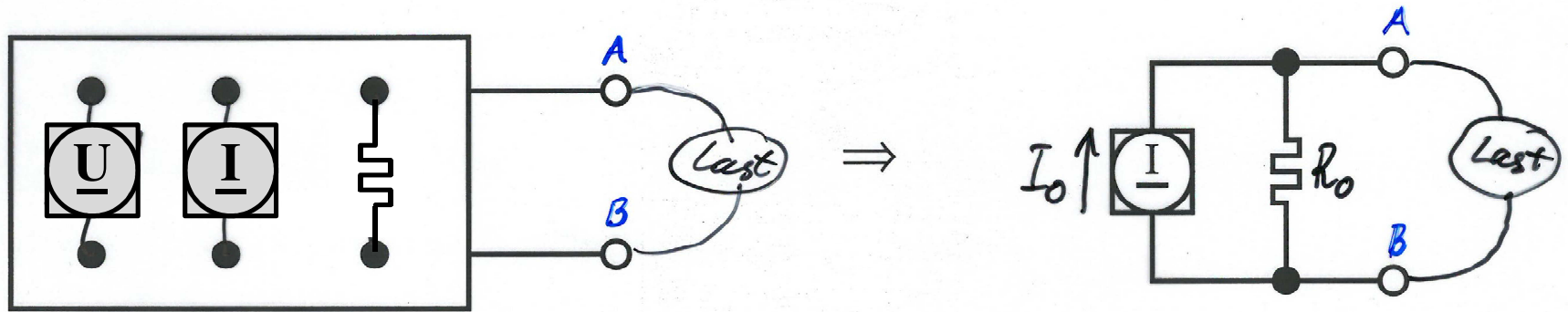
Institutionen för Systemteknik (ISY)

Ämnesområdet Elektroniksystem

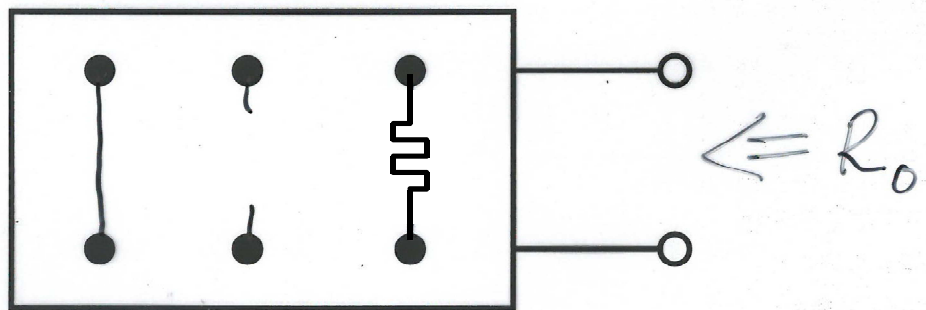
Tvåpolssatsen (Thevenins tvåpolsekvivalent)



Nortons teorem



Kortslutningsström



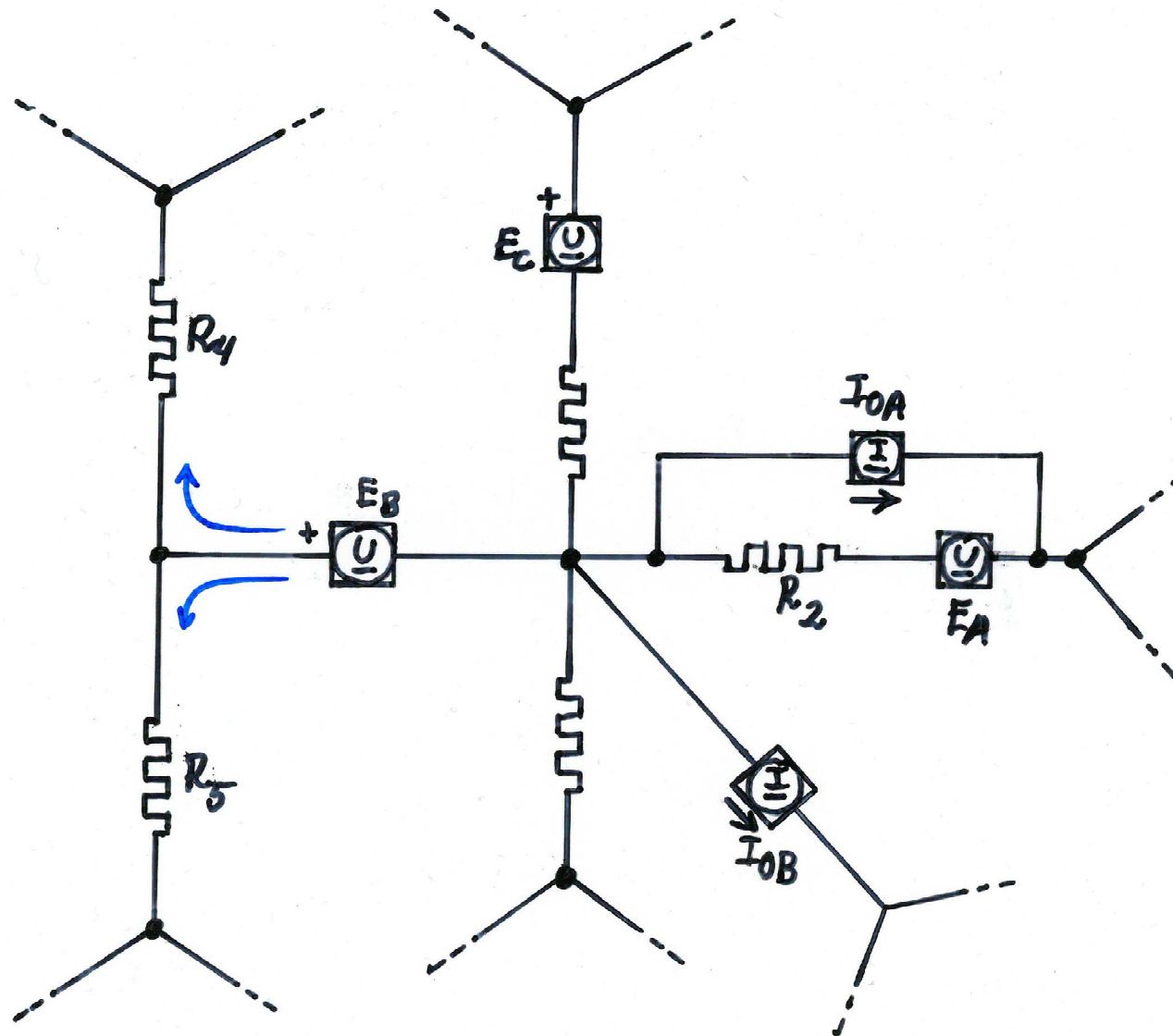
Inre resistans

$$U_0 = R_0 \cdot I_0$$

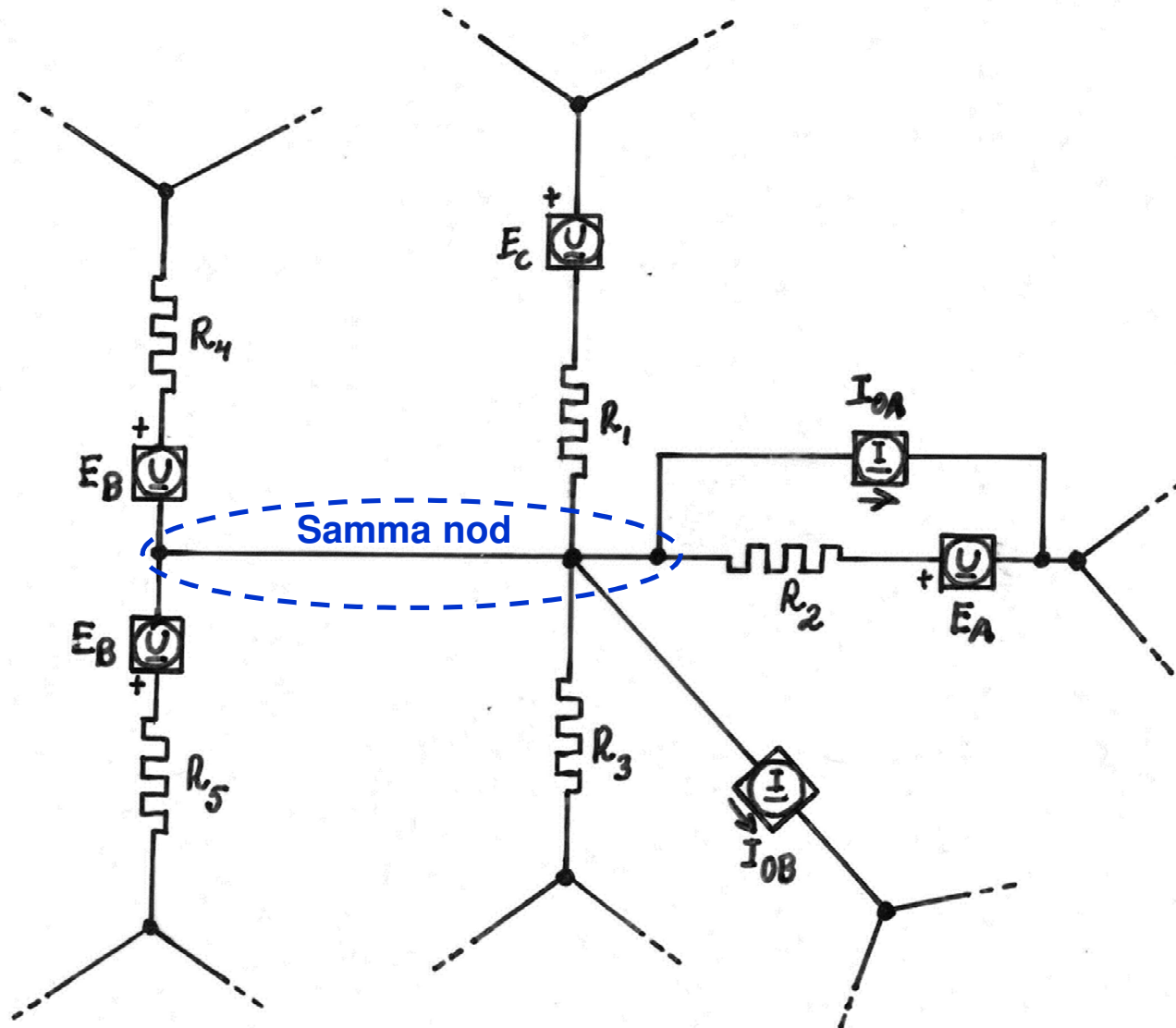
Metodik Nodanalys

- 1* Eliminera grenar bestående av ensamma ideala spänningskällor.**
- 2* Jorda en nod.**
- 3* Inför nodpotentialer i övriga noder.**
- 4* Inför referensriktningar för strömmarna i varje gren, och ställ upp en ekvation för varje nod (utom den jordade) med KCL.**

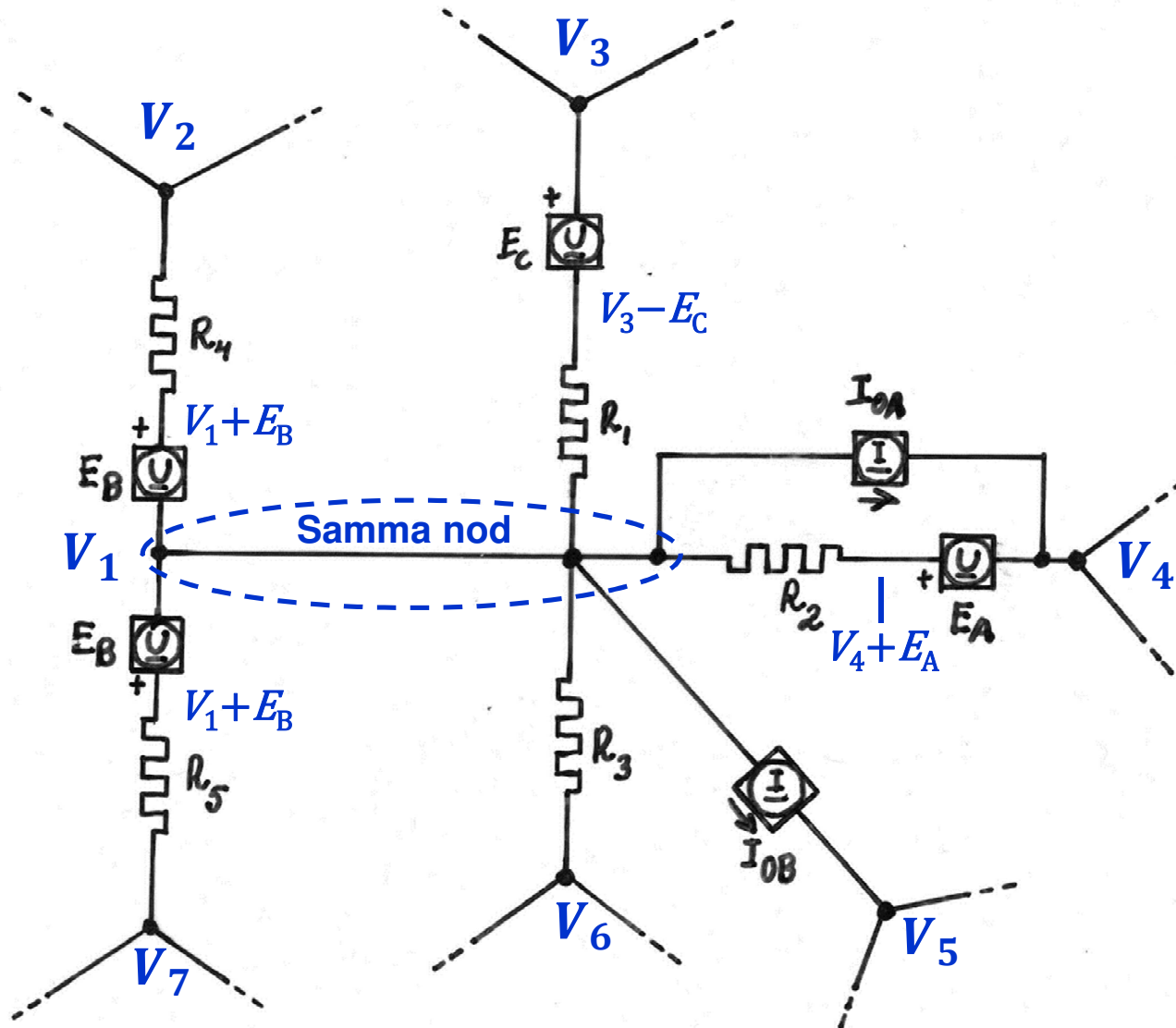
Exempel Nodanalys – Eliminera ensam spänningskälla



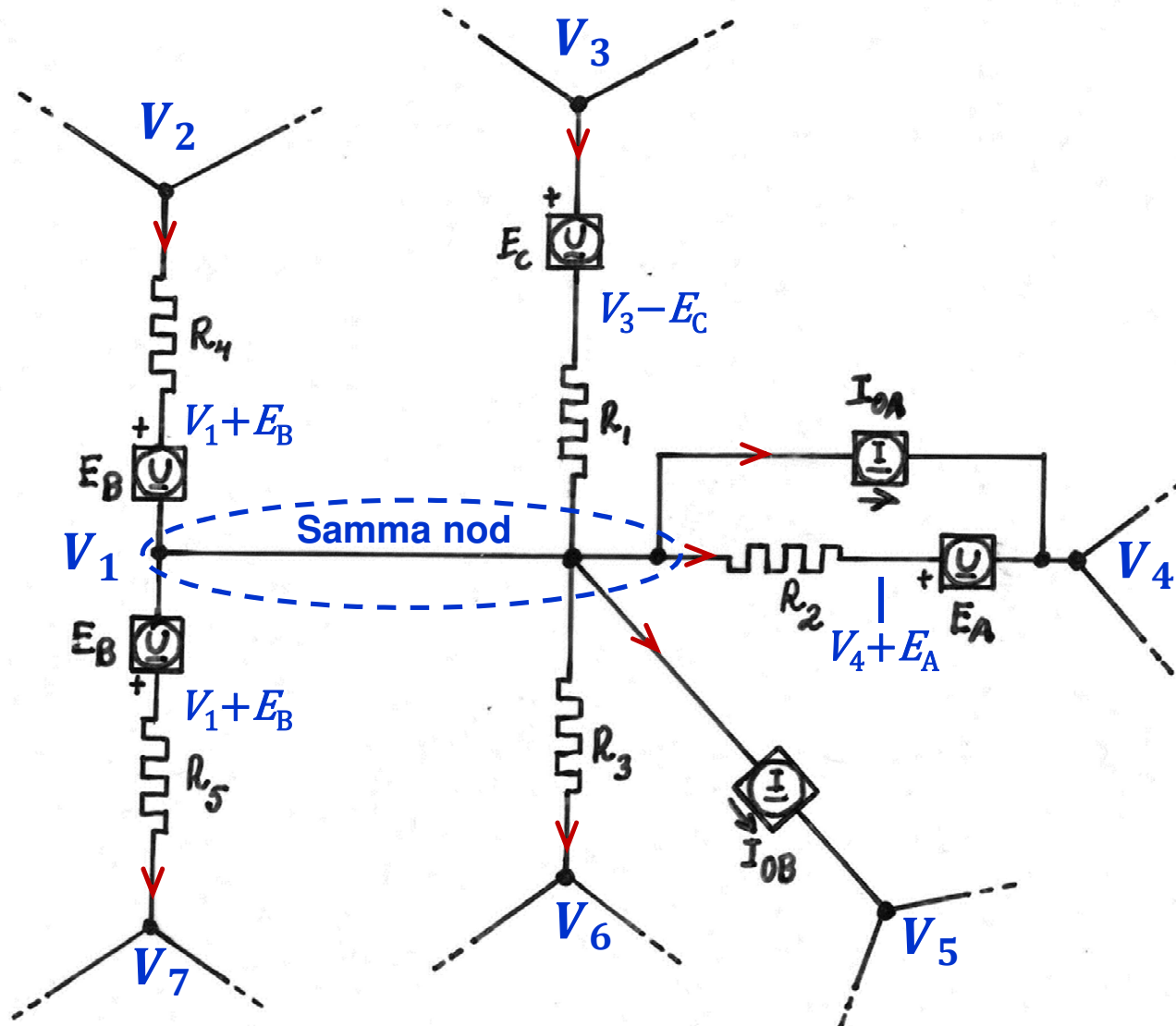
Exempel Nodanalys – Identifiera noder



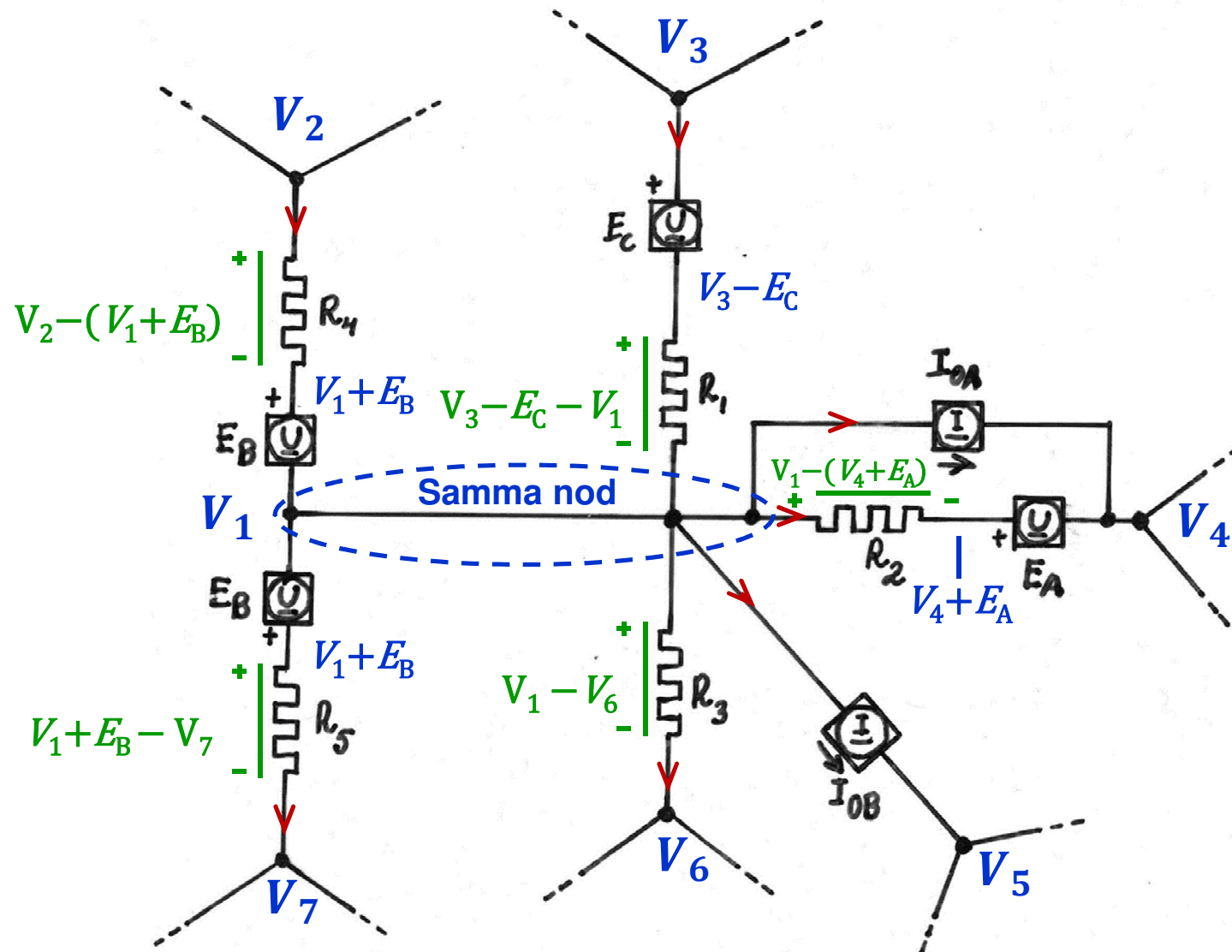
Exempel Nodanalys – Inför nodpotentialer



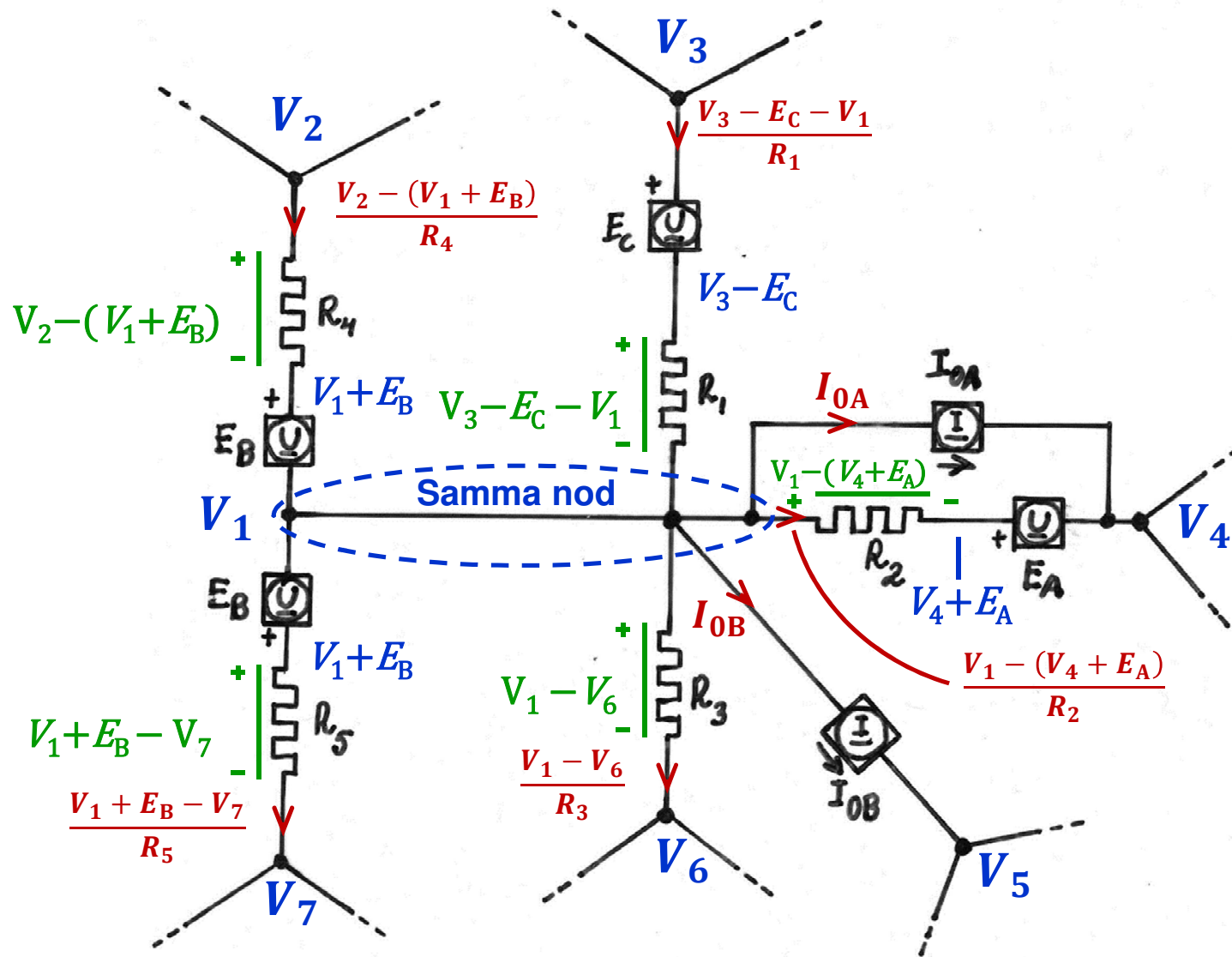
Exempel Nodanalys – Strömmar



Exempel Nodanalys – Spänningar över resistanser

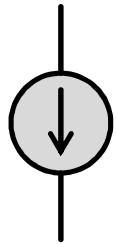


Exempel Nodanalys – Teckna Kirchhoffs strömlag

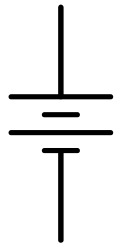


KCL i pkt 1:
$$\frac{V_2 - (V_1 + E_B)}{R_4} + \frac{V_3 - E_C - V_1}{R_1} - I_{0A} - \frac{V_1 - (V_4 + E_A)}{R_2} - I_{0B} - \frac{V_1 - V_6}{R_3} - \frac{V_1 + E_B - V_7}{R_5} = 0$$

Symboler i inlämningsuppgift 1



Ideal strömkälla – $2\text{m} = 2\text{mA}$



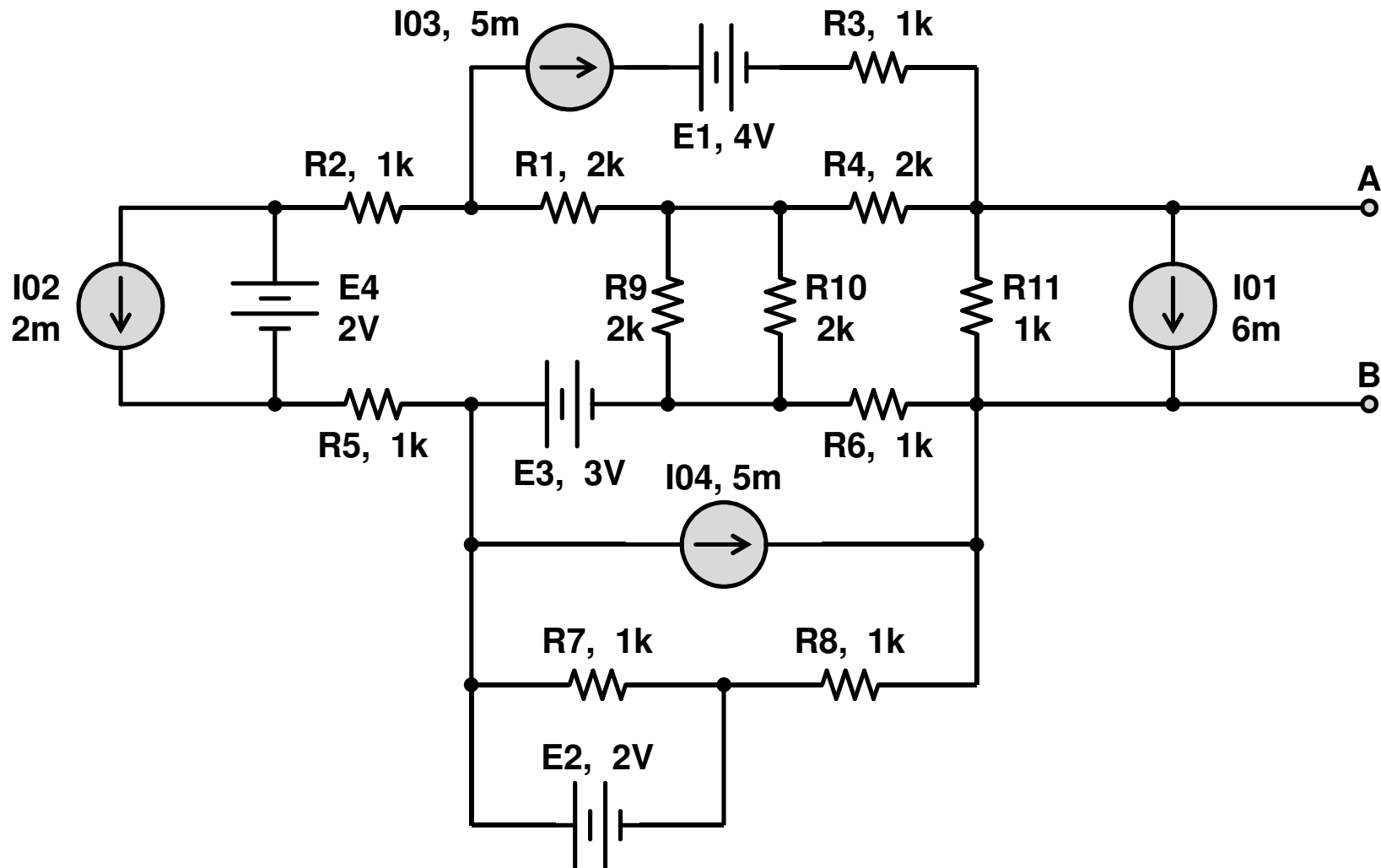
Ideal spänningskälla (långt streck +, kort streck –)



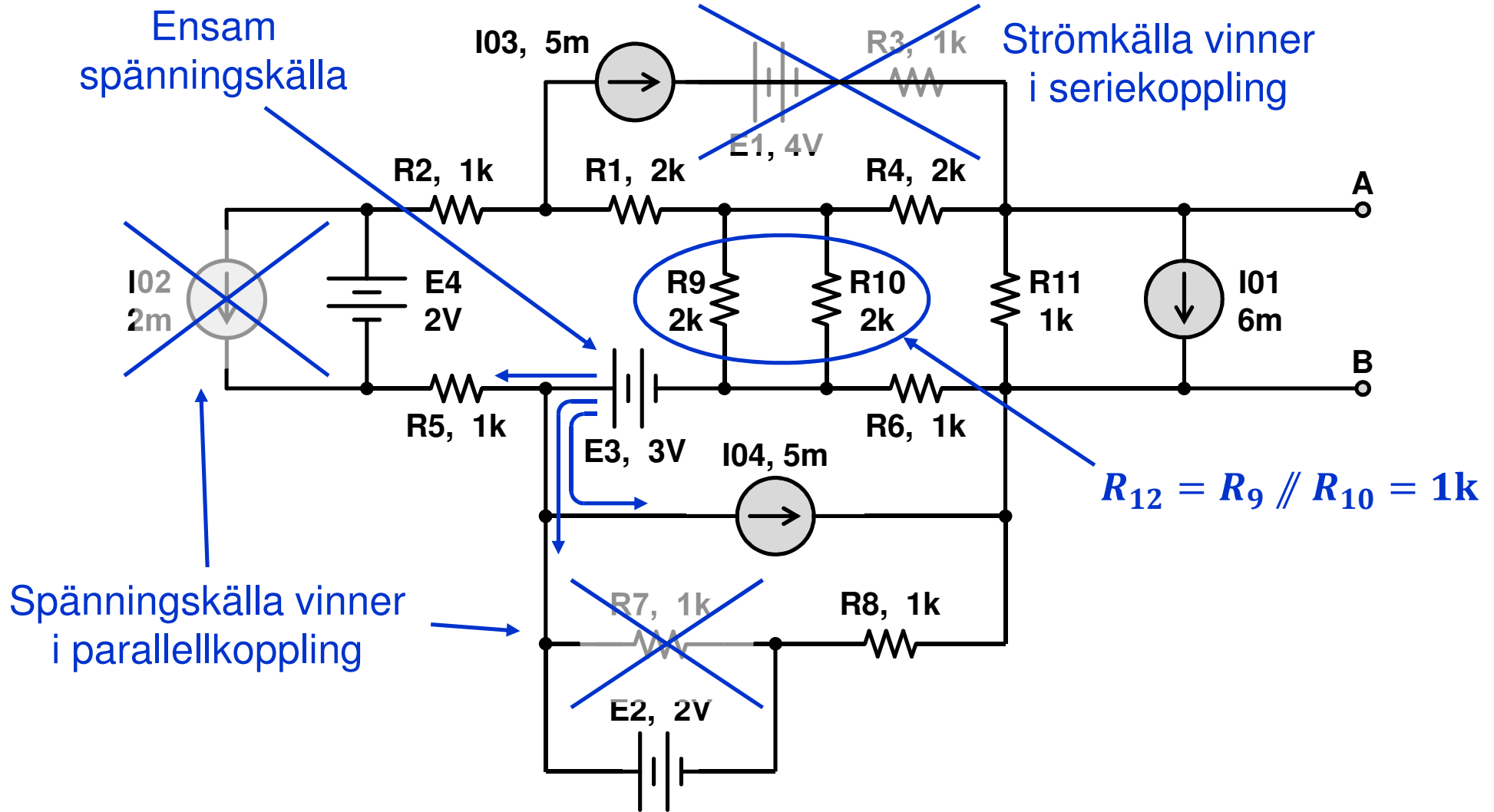
Resistans – $5\text{k} = 5\text{k}\Omega$

Exempel likströmsteori (typ inlämning 1)

Ersätt denna krets med en theveninekvivalent. Samtliga källor är ideala.



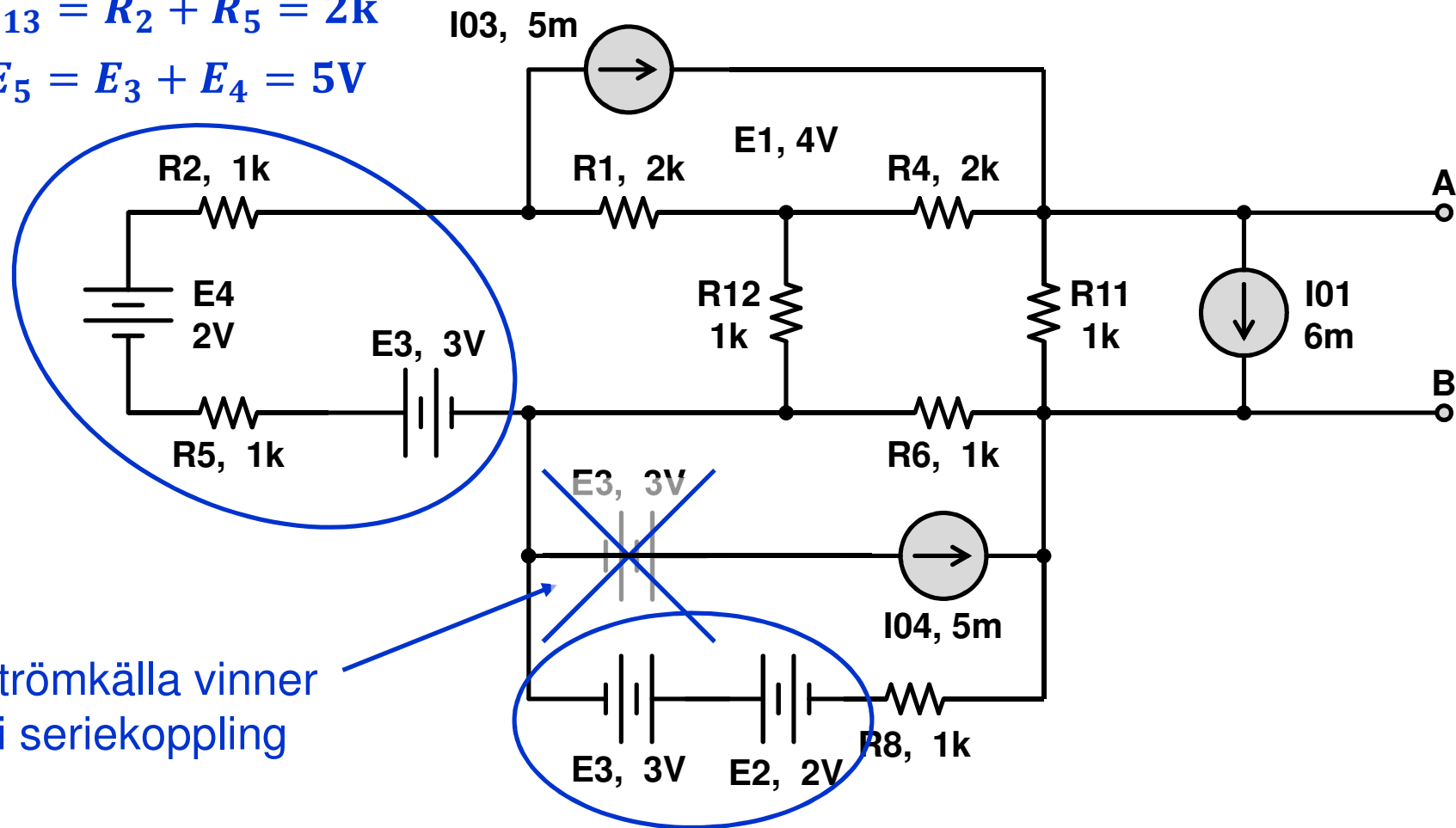
Exempel likströmsteori – förenklingar



Exempel likströmsteori – fler förenklingar

$$R_{13} = R_2 + R_5 = 2k$$

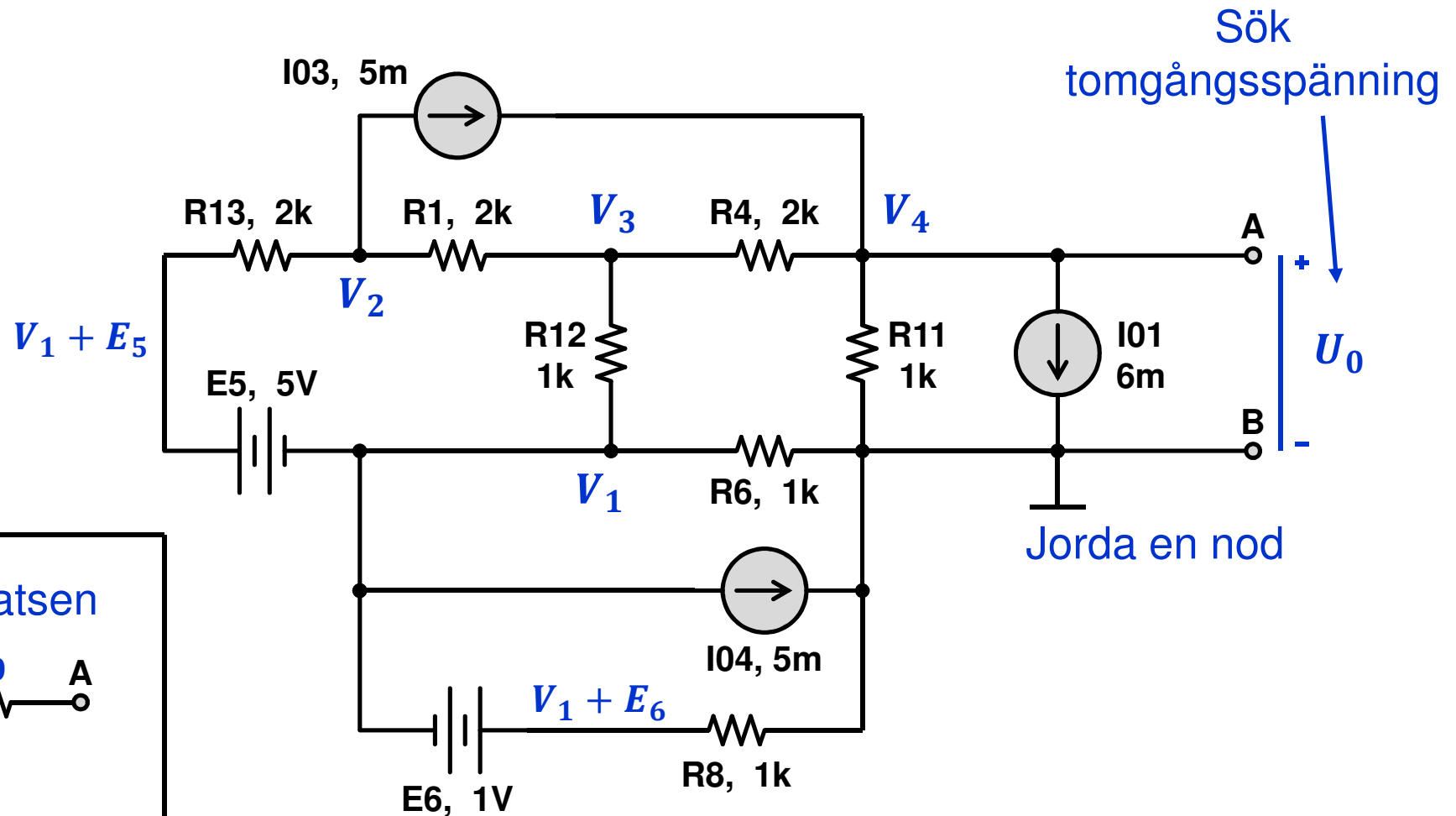
$$E_5 = E_3 + E_4 = 5V$$



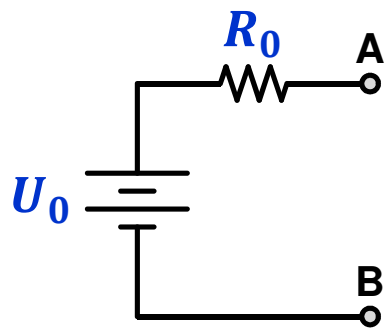
Strömkälla vinner
i seriekoppling

$$E_6 = E_3 - E_2 = 1V \quad (\text{Vänd som } E_3)$$

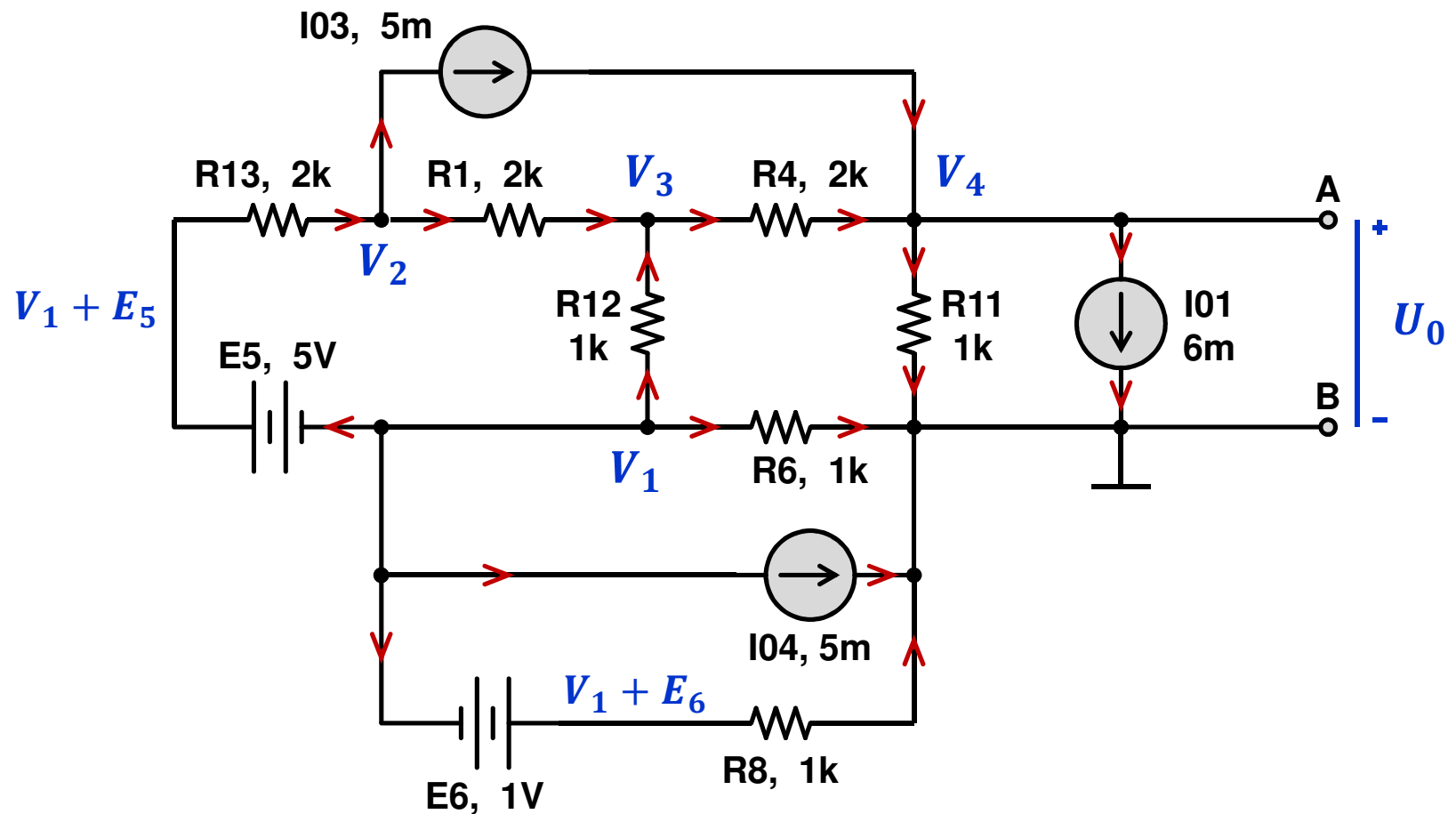
Exempel likströmsteori – Potentialer, mm



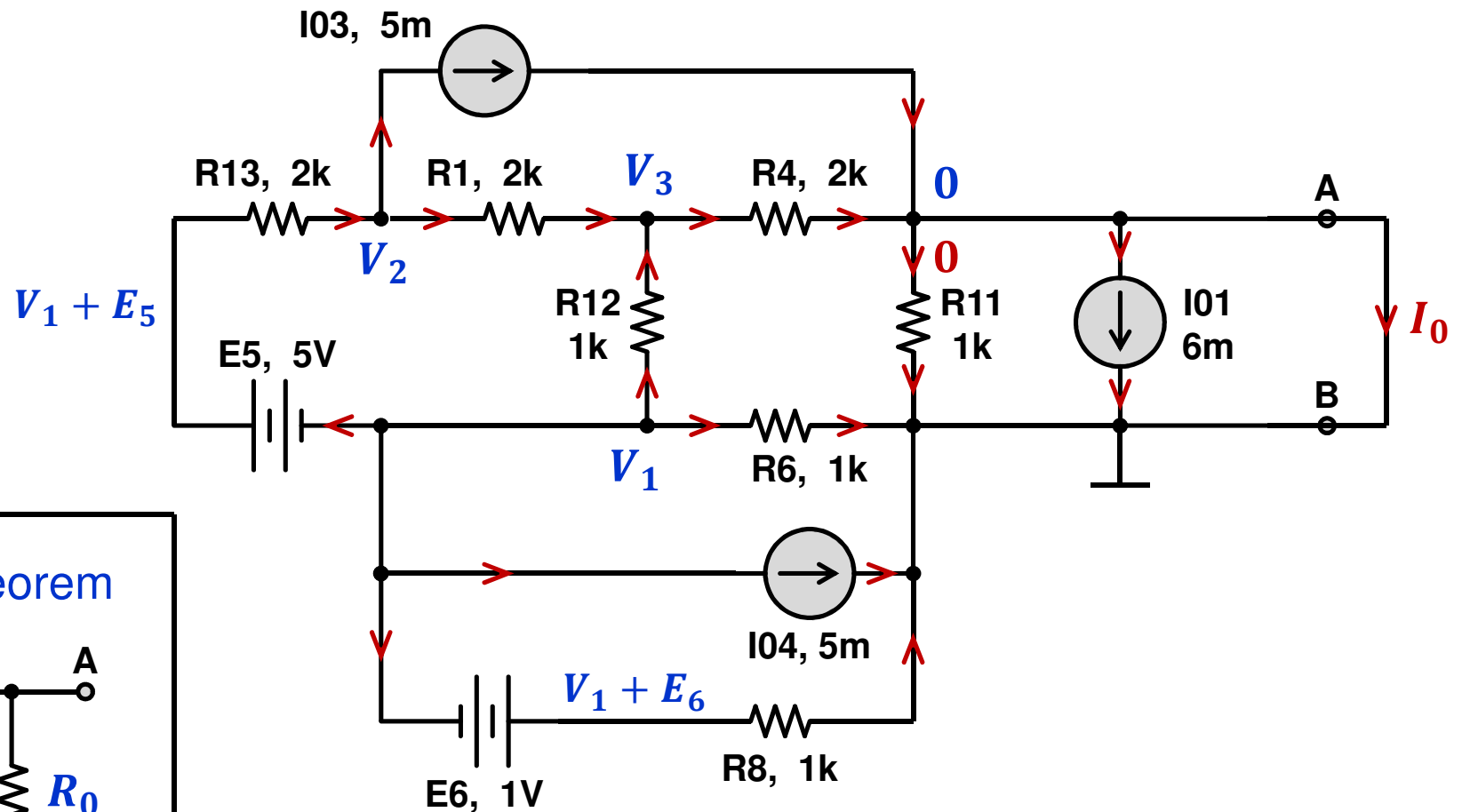
Tvåpolssatsen



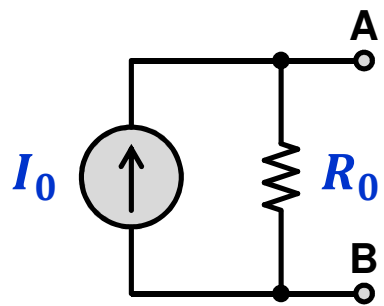
Exempel likströmsteori – Strömmar



Exempel likströmsteori – Kortslutningsström

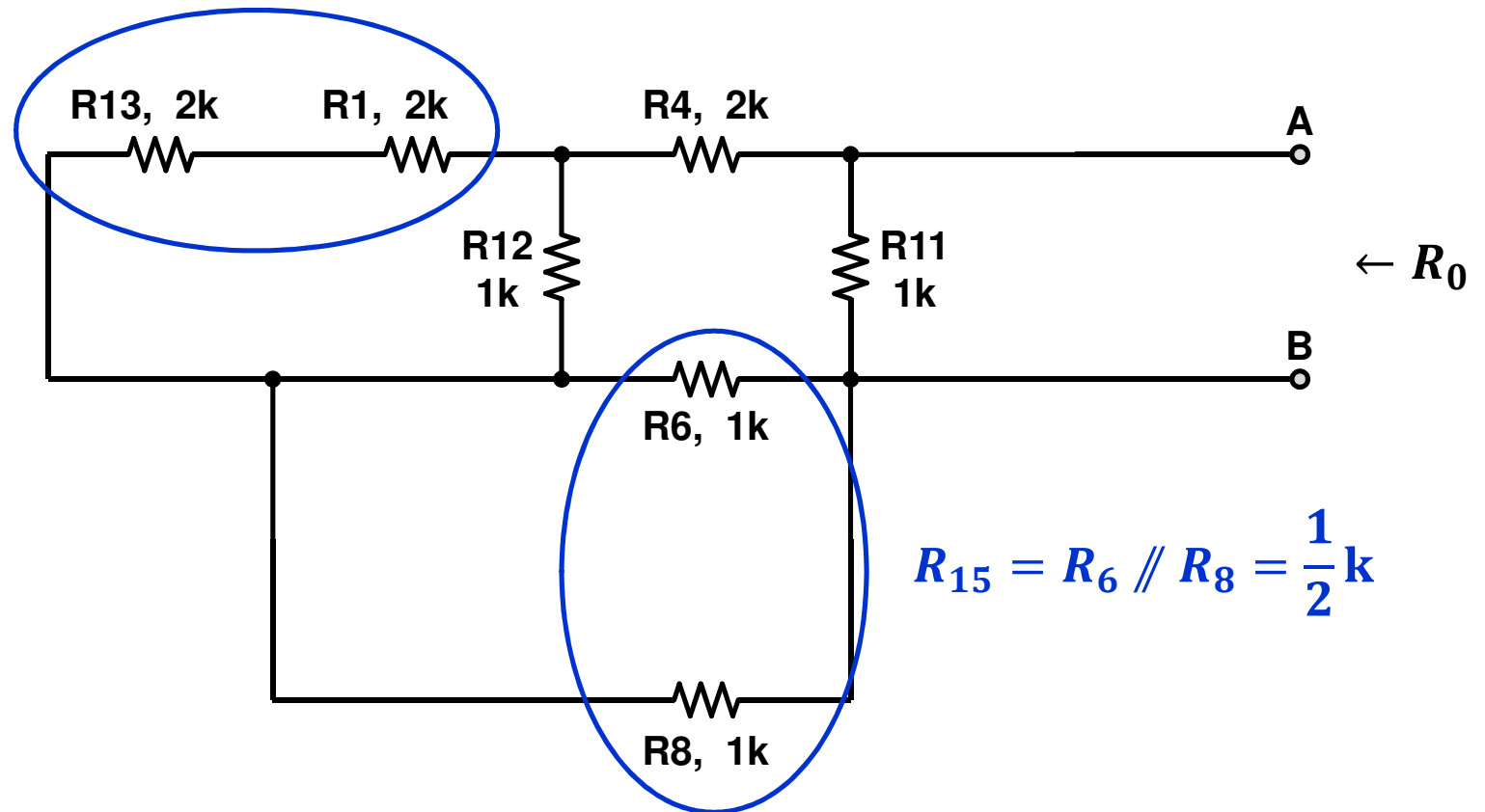


Nortons teorem



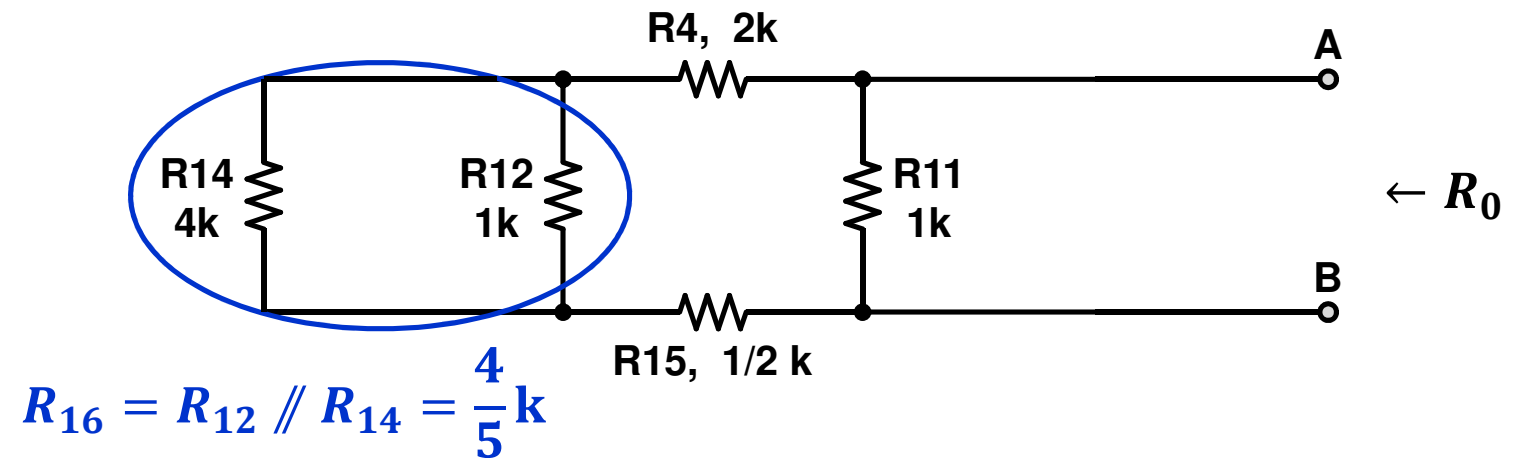
Exempel likströmsteori – Resistans

$$R_{14} = R_{13} + R_1 = 4\text{k}$$



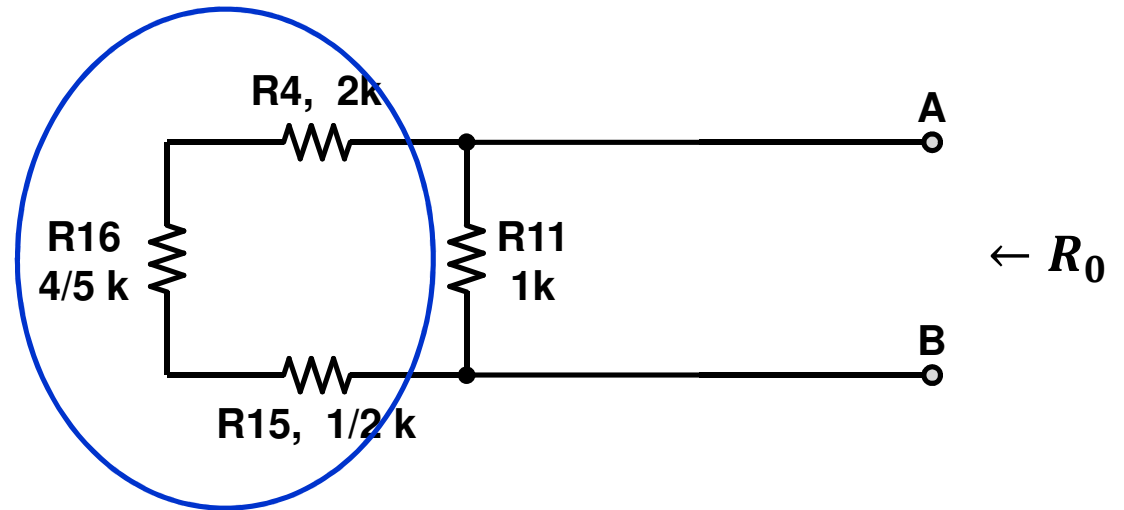
$$R_{15} = R_6 // R_8 = \frac{1}{2}\text{k}$$

Exempel likströmsteori – Resistans

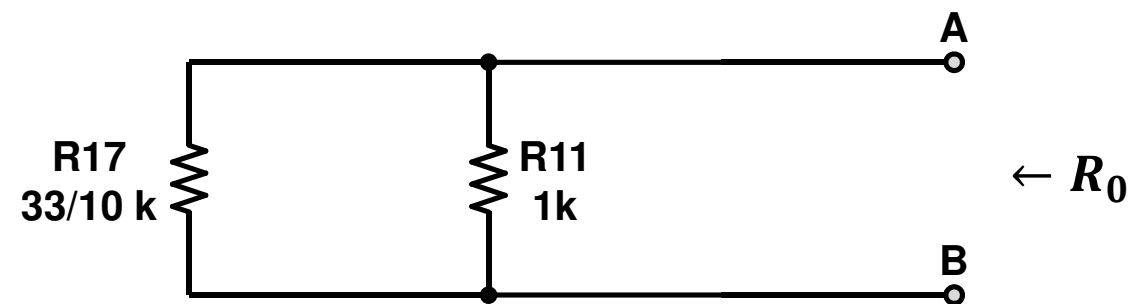


Exempel likströmsteori – Resistans

$$R_{17} = R_4 + R_{16} + R_{15} = \frac{33}{10} \text{ k}$$



Exempel likströmsteori – Resistans



$$R_0 = R_{11} \parallel R_{17} = \frac{33}{43} \text{ k}$$

Kontroll: $R_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{33}{43} \text{ k}$

Effektbegreppet

Grunduttryck: $P = UI$

Källor avger (vanligen) elektrisk effekt

Resistorer konsumerar elektrisk effekt

För ett helt nät gäller

$$\sum_k P_k = 0$$



Linköping University

expanding reality

www.liu.se

Anteckningar från tavlan

Följande sidor innehåller mina anteckningar av det som hamnade på tavlan då jag löste exemplet. Dessa anteckningar innehåller lite mer än vad som faktiskt hamnade på tavlan.

Bestämning av tomgångsspänning 1

$$\left. \begin{aligned} \text{Nod 1: } & \frac{V_1 + E_5 - V_2}{R_{13}} + \frac{V_1 - V_3}{R_{12}} + \frac{V_1 - 0}{R_6} + I_{04} + \frac{V_1 + E_6 - 0}{R_8} = 0 \\ \text{Nod 2: } & \frac{V_1 + E_5 - V_2}{R_{13}} - \frac{V_2 - V_3}{R_1} - I_{03} = 0 \\ \text{Nod 3: } & \frac{V_2 - V_3}{R_1} + \frac{V_1 - V_3}{R_{12}} - \frac{V_3 - V_4}{R_4} = 0 \\ \text{Nod 4: } & \frac{V_3 - V_4}{R_4} + I_{03} - \frac{V_4 - 0}{R_{11}} - I_{01} = 0 \end{aligned} \right\}$$

Bestämning av tomgångsspänning 2

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_8}\right) V_1 - \frac{1}{R_{13}} V_2 - \frac{1}{R_{12}} V_3 &= -\frac{E_5}{R_{13}} - \frac{E_6}{R_8} - I_{04} \\ -\frac{1}{R_{13}} V_1 + \left(\frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_1}\right) V_2 - \frac{1}{R_1} V_3 &= -I_{03} + \frac{E_5}{R_{13}} \\ -\frac{1}{R_{12}} V_1 - \frac{1}{R_1} V_2 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_4}\right) V_3 - \frac{1}{R_4} V_4 &= 0 \\ -\frac{1}{R_4} V_3 + \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{11}}\right) V_4 &= I_{03} - I_{01} \end{aligned} \right\}$$

Bestämning av tomgångsspänning 3

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_8} & -\frac{1}{R_{13}} & -\frac{1}{R_{12}} & 0 \\ -\frac{1}{R_{13}} & \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} & 0 \\ -\frac{1}{R_{12}} & -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{11}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{E_5}{R_{13}} - \frac{E_6}{R_8} - I_{04} \\ \frac{E_5}{R_{13}} - I_{03} \\ 0 \\ I_{03} - I_{01} \end{pmatrix}$$

Bestämning av tomgångsspänning 4

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} + 1 + 1 + 1 & -\frac{1}{2} & -1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} + 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2.5 - 1 - 5 \\ 2.5 - 5 \\ 0 \\ 5 - 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3.5 & -0.5 & -1 & 0 \\ -0.5 & 1 & -0.5 & 0 \\ -1 & -0.5 & 2 & -0.5 \\ 0 & 0 & -0.5 & 1.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8.5 \\ -2.5 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Enheter



$1/k\Omega$

V

mA

Bestämning av tomgångsspänning 5

$$D = |A| = 3.5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & 2 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & 1.5 \end{vmatrix} + 0.5 \cdot \begin{vmatrix} -0.5 & -0.5 & 0 \\ -1 & 2 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & 1.5 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} -0.5 & 1 & 0 \\ -1 & -0.5 & -0.5 \\ 0 & 0 & -0.5 \end{vmatrix}$$

$$= 3.5 (1 \cdot 2 \cdot 1.5 - 1 \cdot 0.5 \cdot 0.5 - 0.5 \cdot 0.5 \cdot 1.5) + 0.5 (-0.5 \cdot 2 \cdot 1.5 + 0.5^3 - 0.5 \cdot 1 \cdot 1.5) - (-0.5^3 - 0.5) = \dots = 5.375$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} 3.5 & -0.5 & -1 & -8.5 \\ -0.5 & 1 & -0.5 & -2.5 \\ -1 & -0.5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 & -1 \end{pmatrix}$$

Samuel

$$D_4 = |A_4| = -12.25$$

$$V_4 = \frac{D_4}{D} = -2.2791 \text{ V}$$

$$U_0 = V_4 - 0 = -2.2791 \text{ V}$$

Bestämning av kortslutningsström 1

$$\text{Nod 1: } \frac{V_1 + E_5 - V_2}{R_{13}} + \frac{V_1 - V_3}{R_{12}} + \frac{V_1 - 0}{R_6} + I_{04} + \frac{V_1 + E_6 - 0}{R_8} = 0$$

$$\text{Nod 2: } \frac{V_1 + E_5 - V_2}{R_{13}} - \frac{V_2 - V_3}{R_1} - I_{03} = 0$$

$$\text{Nod 3: } \frac{V_2 - V_3}{R_1} + \frac{V_1 - V_3}{R_{12}} - \frac{V_3 - 0}{R_4} = 0$$

Bestämning av kortslutningsström 2

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_8} & -\frac{1}{R_{13}} & -\frac{1}{R_{12}} \\ -\frac{1}{R_{13}} & \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_{12}} & -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{E_5}{R_{13}} - \frac{E_6}{R_8} - I_{06} \\ \frac{E_5}{R_{13}} - I_{03} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3.5 & -0.5 & -1 \\ -0.5 & 1 & -0.5 \\ -1 & -0.5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8.5 \\ -2.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A ↗

↖ b

Bestämning av kortslutningsström 3

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot b = \begin{pmatrix} -4.5152 \\ -6.7273 \\ -3.9399 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} I_k &= I_{03} + \frac{v_3 - 0}{R_4} - I_{01} - 0 = 5 + \frac{-3.9399}{2} - 6 = \\ &= -2.9697 \text{ mA} \end{aligned}$$