

# TSKS06 Linjära system för kommunikation

## Kursdel Elektriska kretsar

### Föreläsning 3

Likströmsteori: Tvåpoler och problemlösning

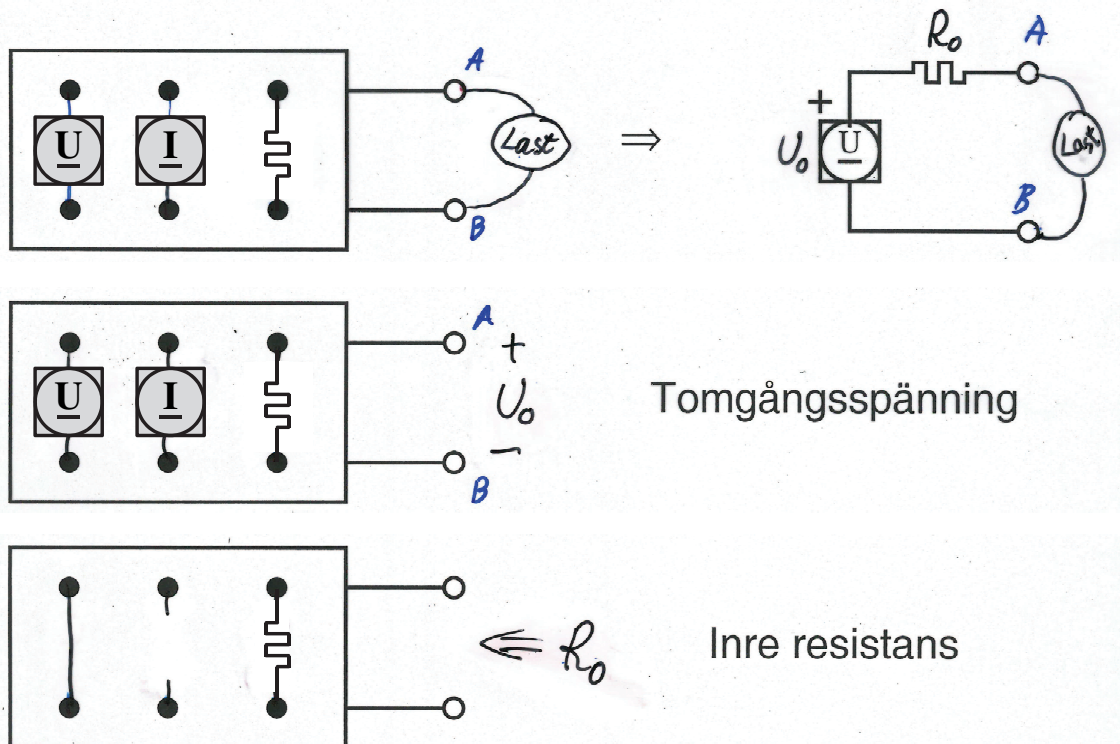
Mikael Olofsson

Institutionen för Systemteknik (ISY)

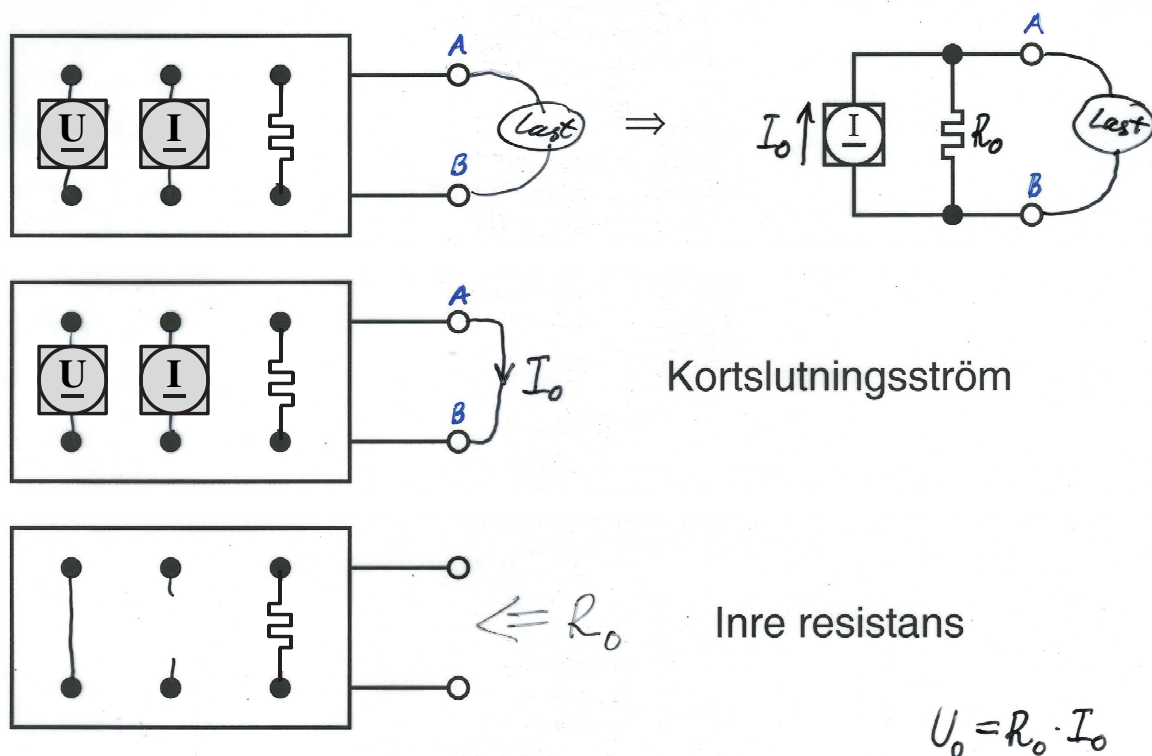
Ämnesområdet Elektroniska system

LiU  
expanding reality

## Tvåpolssatsen (Thevenins tvåpolekvivalent)



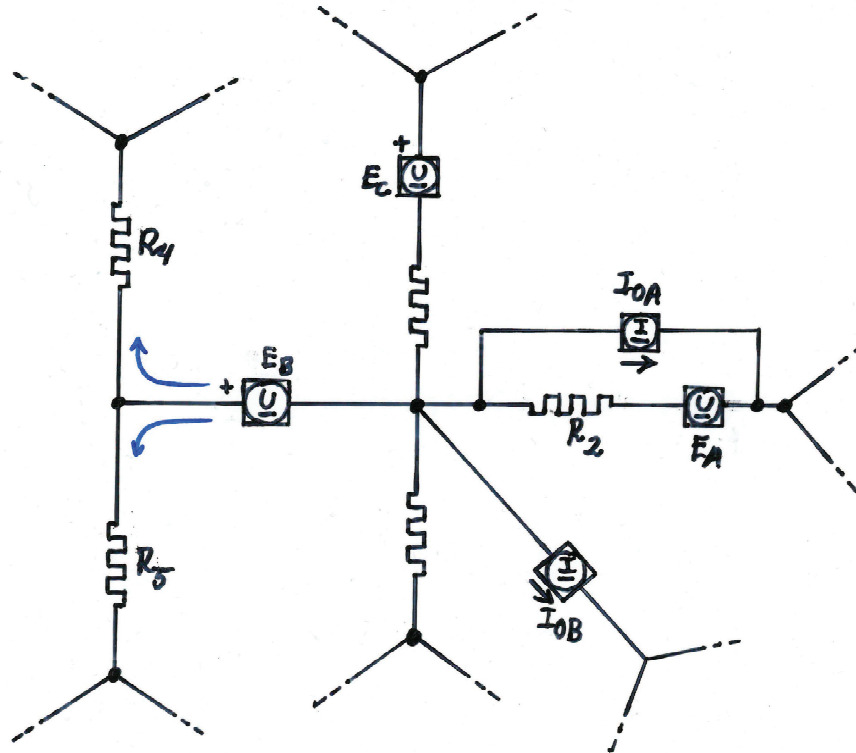
## Nortons teorem



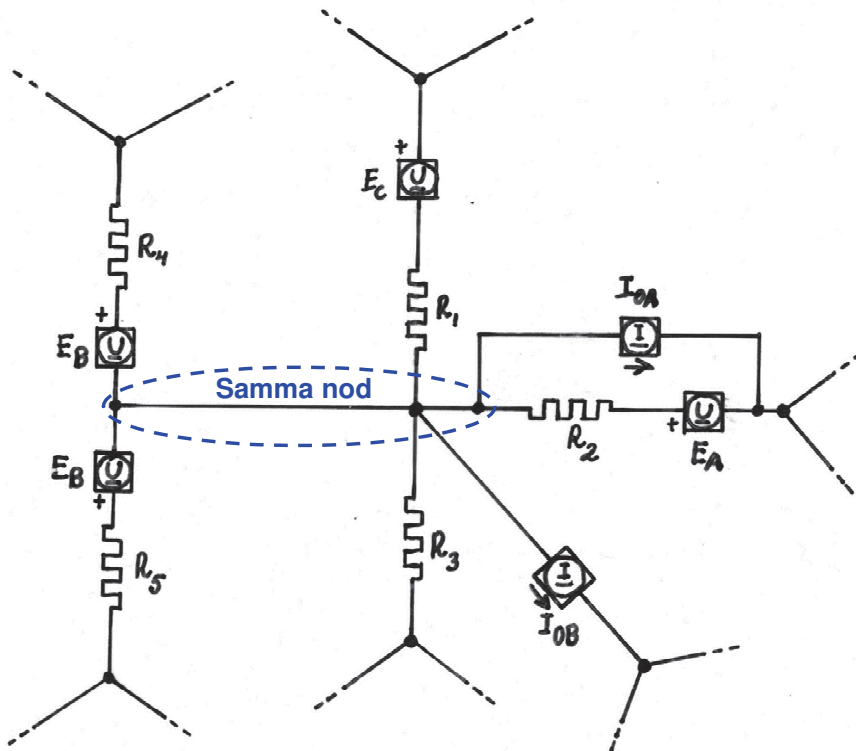
## Metodik Nodanalys

- 1\* Eliminera grenar bestående av ensamma ideala spänningskällor.**
- 2\* Jorda en nod.**
- 3\* Inför nodpotentialer i övriga noder.**
- 4\* Inför referensriktningar för strömmarna i varje gren, och ställ upp en ekvation för varje nod (utom den jordade) med KCL.**

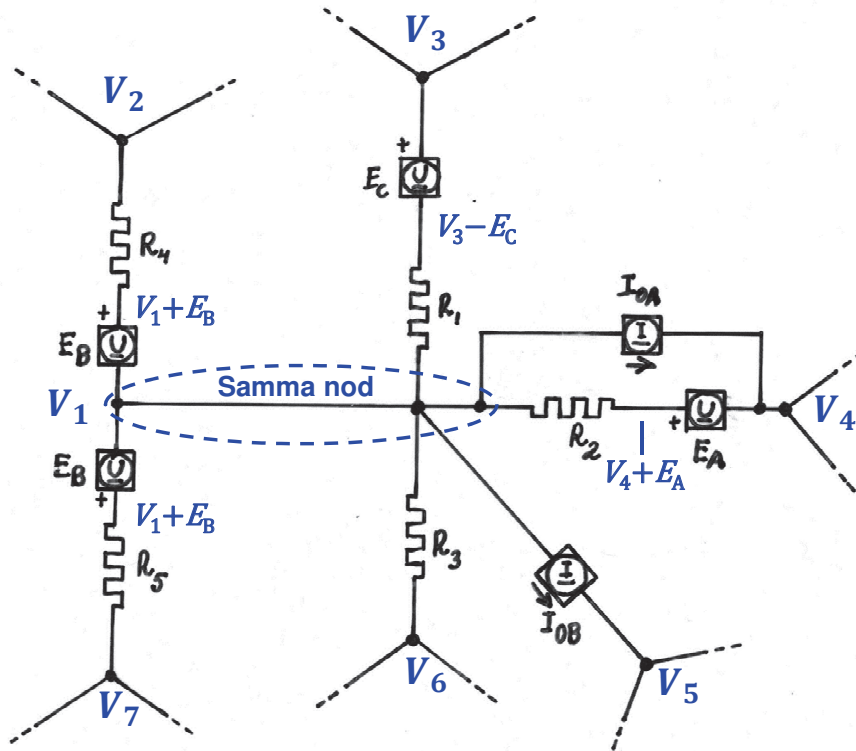
# Exempel Nodanalys – Eliminera ensam spänningskälla



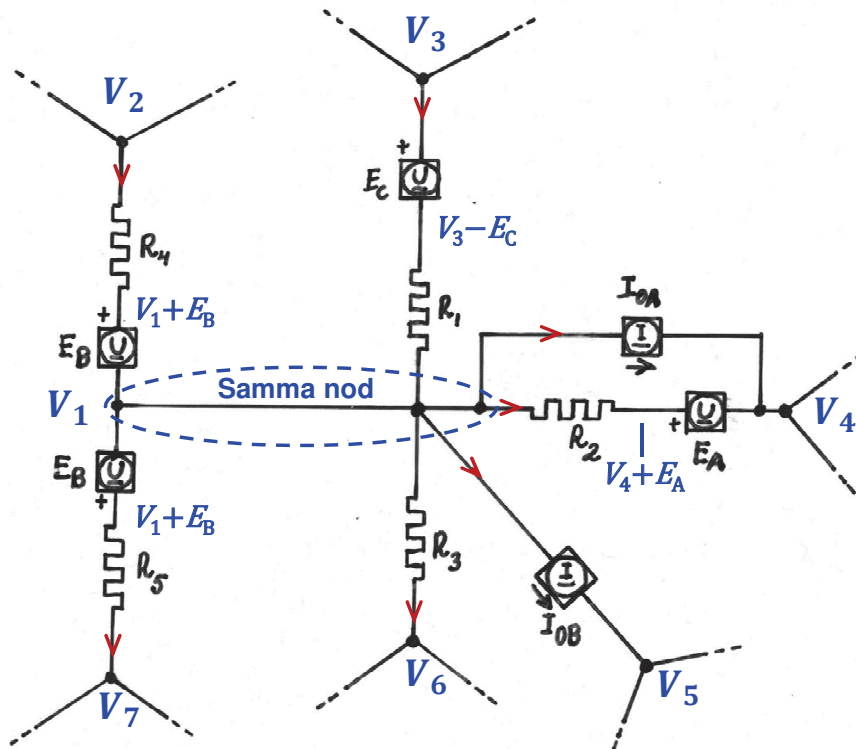
# Exempel Nodanalys – Identifiera noder



# Exempel Nodanalys – Inför nodpotentialer

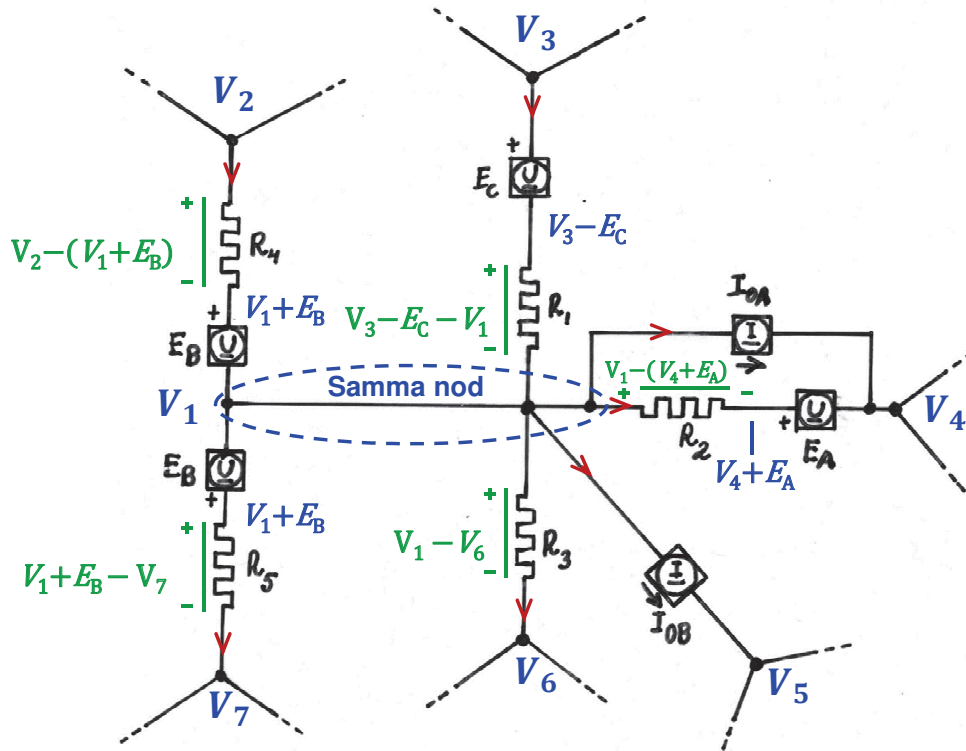


# Exempel Nodanalys – Strömmar

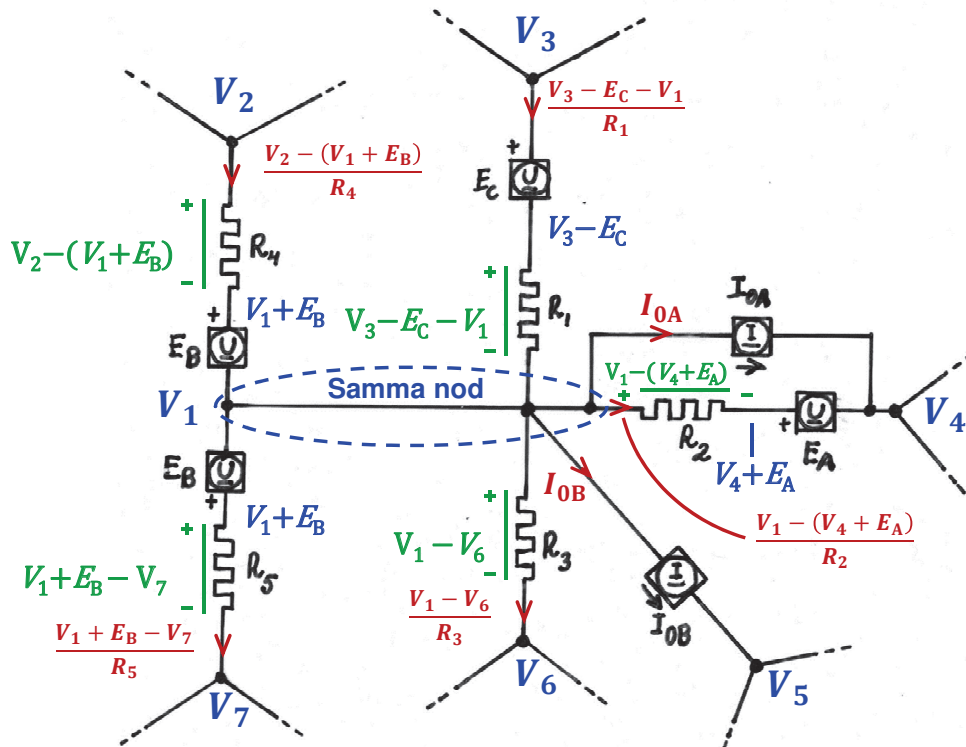




# Exempel Nodanalys – Spänningar över resistanser



# Exempel Nodanalys – Teckna Kirchhoffs strömlag



$$\text{KCL i pkt 1: } \frac{V_2 - (V_1 + E_B)}{R_4} + \frac{V_3 - E_C - V_1}{R_1} - I_{0A} - \frac{V_1 - (V_4 + E_A)}{R_2} - I_{0B} - \frac{V_1 - V_6}{R_3} - \frac{V_1 + E_B - V_7}{R_5} = 0$$

# Symboler i inlämningsuppgift 1



Ideal strömkälla –  $2\text{m} = 2\text{mA}$



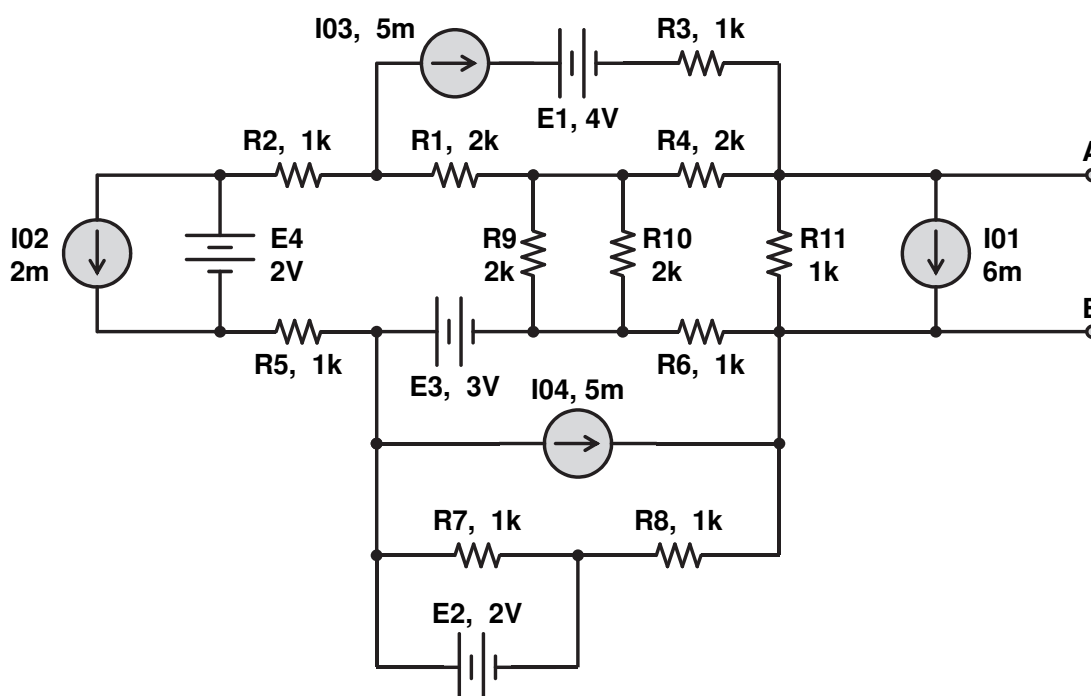
Ideal spänningskälla (långt streck +, kort streck –)



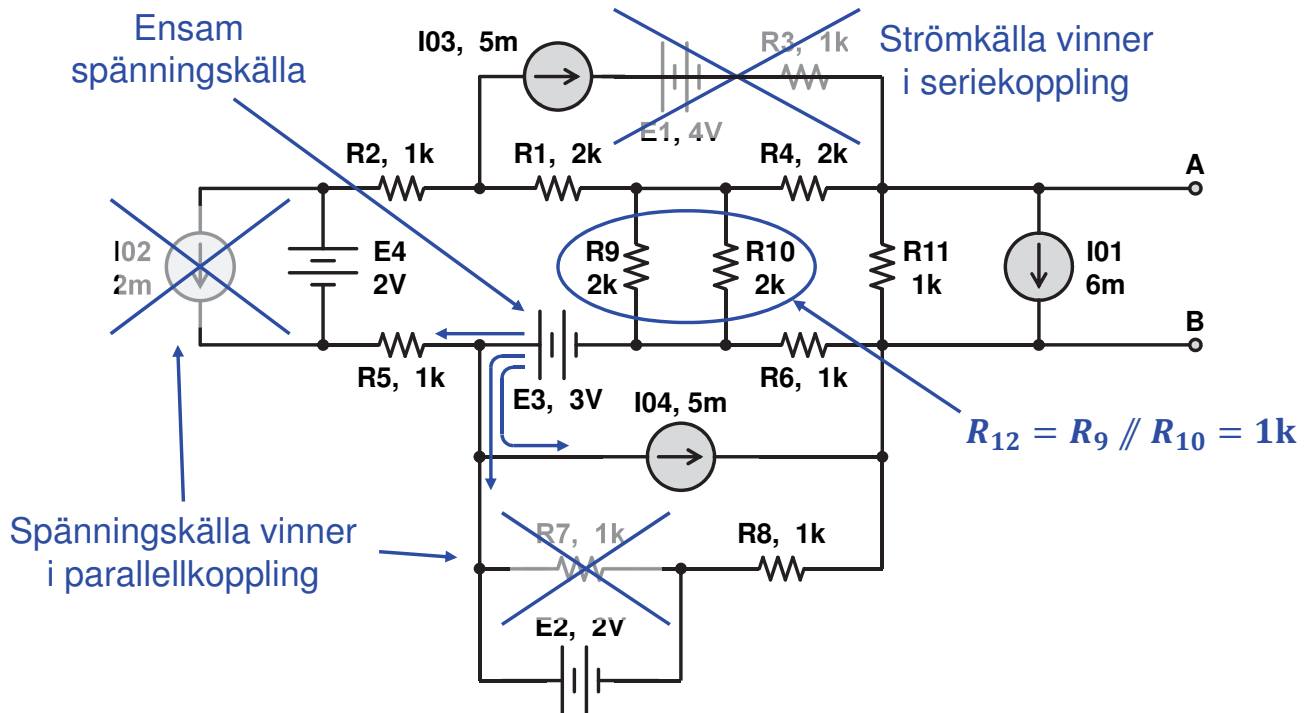
Resistans –  $5\text{k} = 5\text{k}\Omega$

## Exempel likströmsteori (typ inlämning 1)

Ersätt denna krets med en theveninekvivalent. Samtliga källor är ideala.



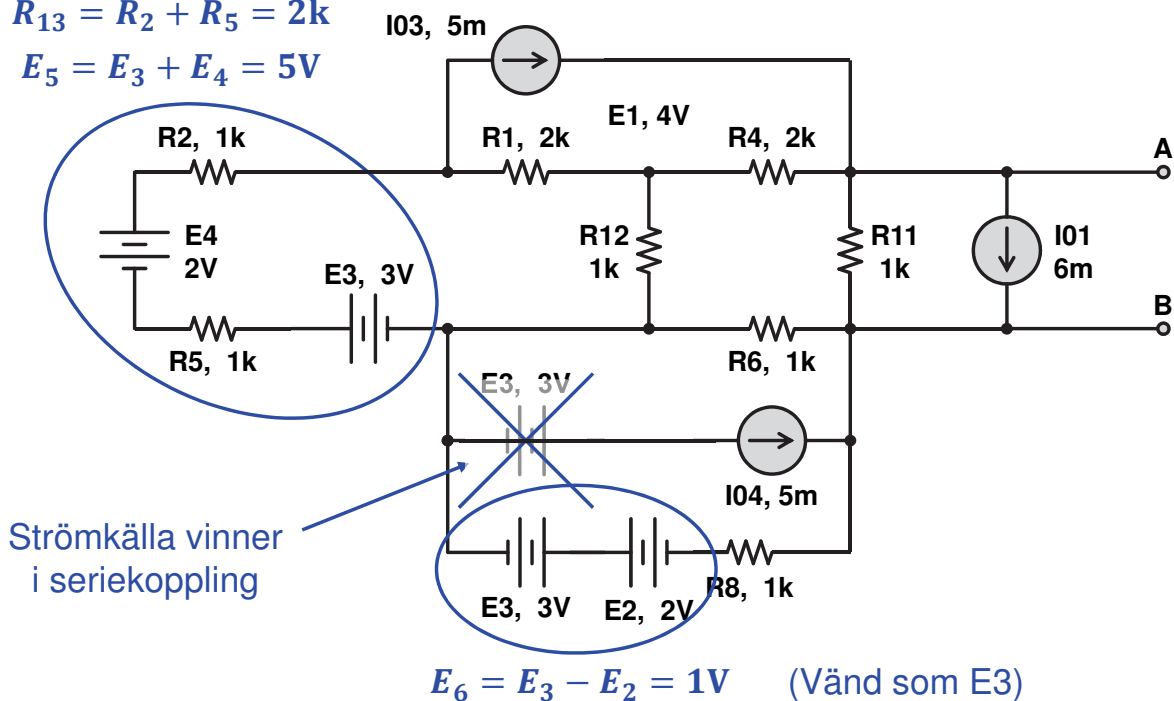
# Exempel likströmsteori – förenklingar



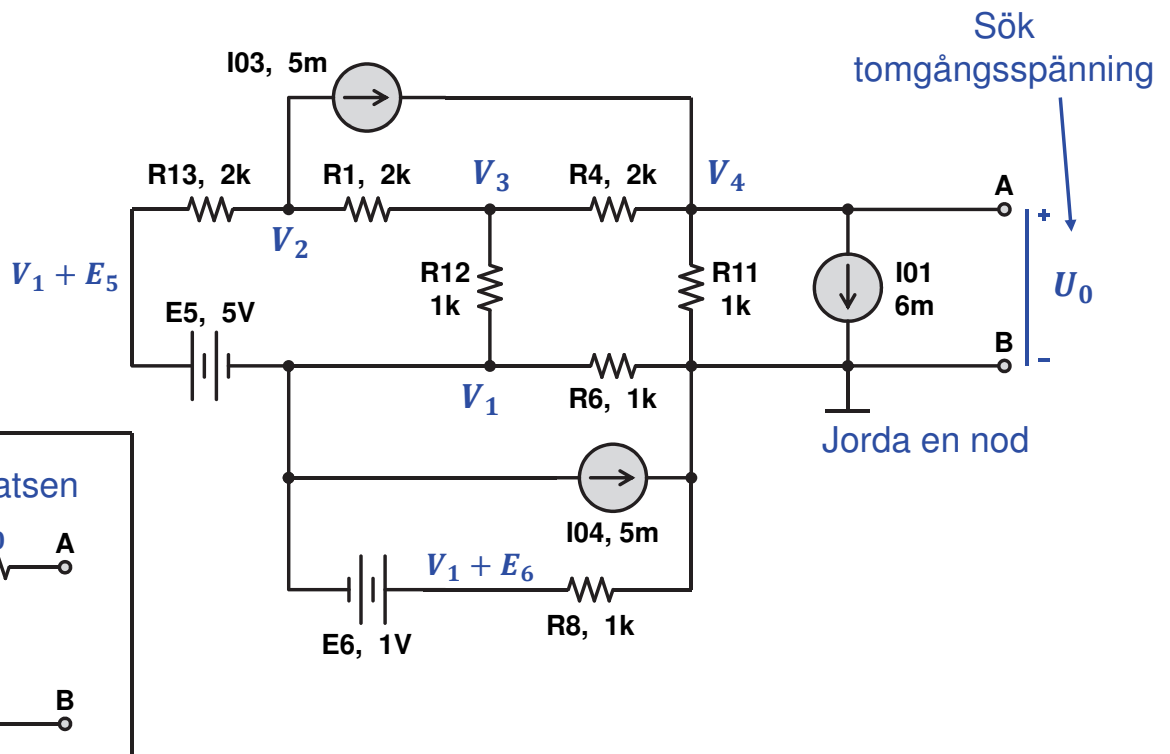
# Exempel likströmsteori – fler förenklingar

$$R_{13} = R_2 + R_5 = 2k$$

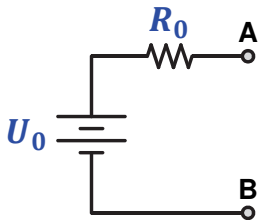
$$E_5 = E_3 + E_4 = 5V$$



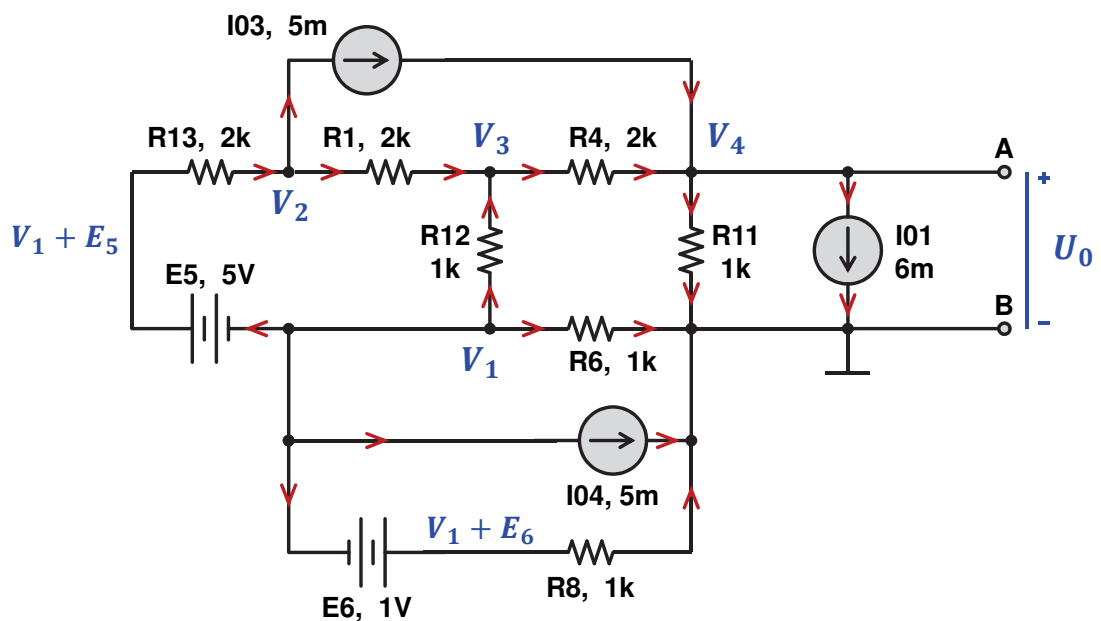
# Exempel likströmsteori – Potentialer, mm



Tvåpolssatsen

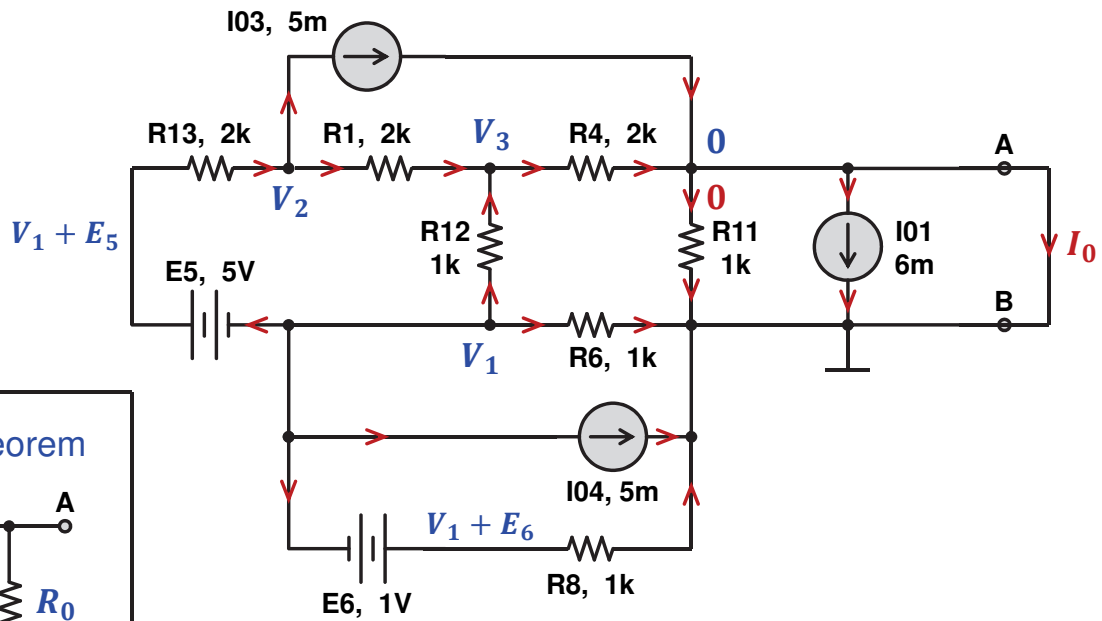


# Exempel likströmsteori – Strömmar

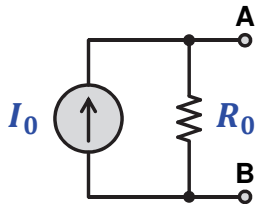




# Exempel likströmsteori – Kortslutningsström

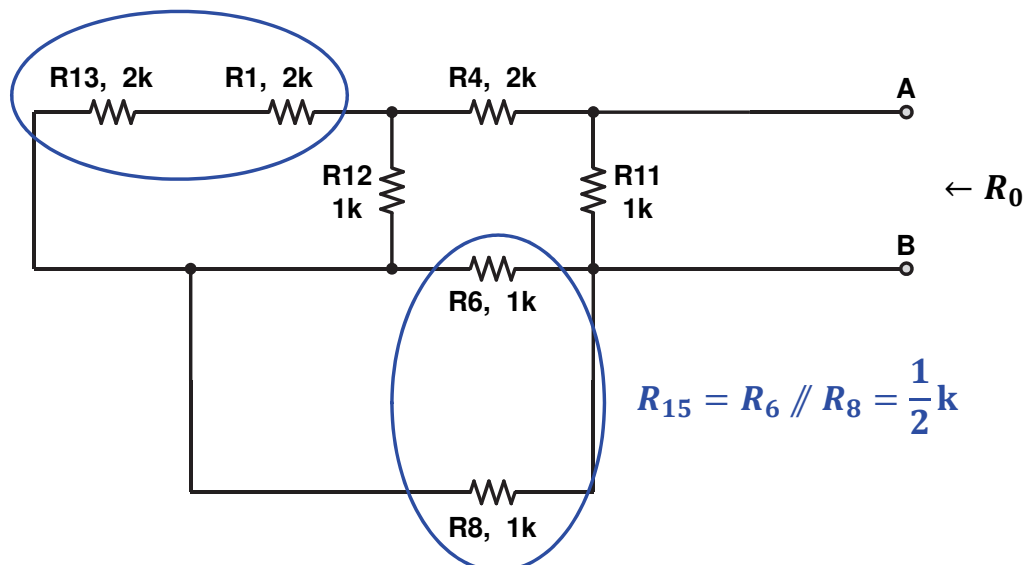


Nortons teorem

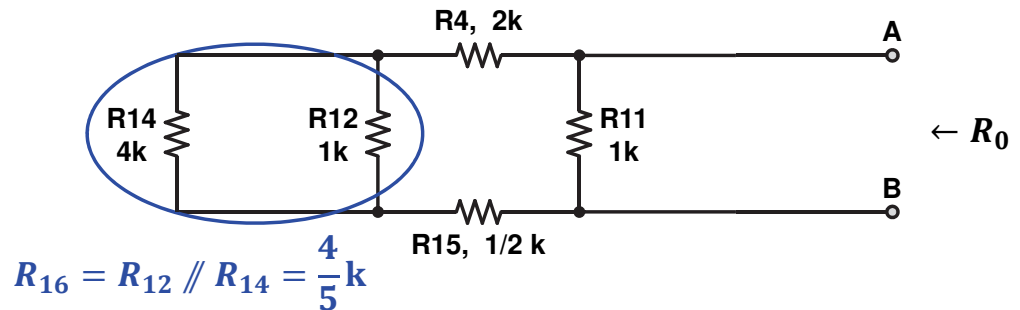


# Exempel likströmsteori – Resistans

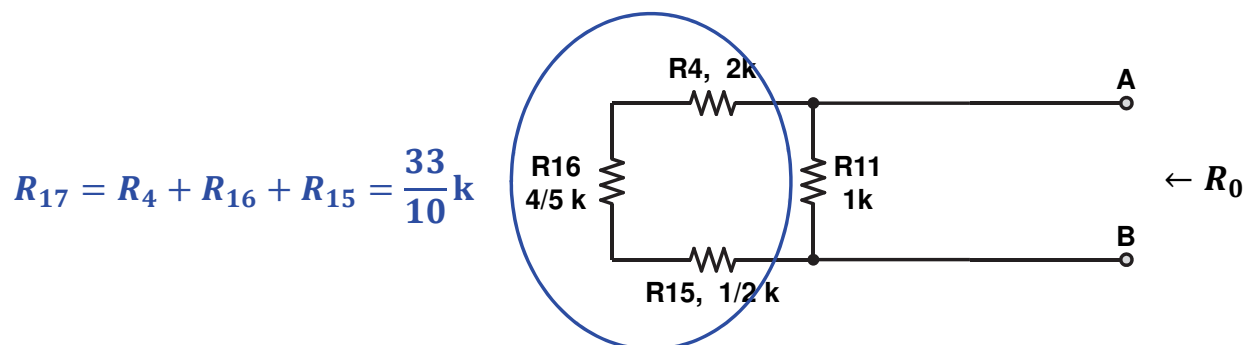
$$R_{14} = R_{13} + R_1 = 4k$$



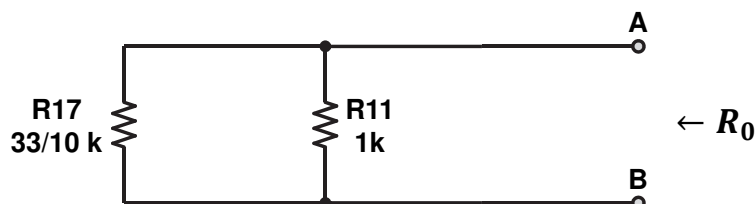
# Exempel likströmsteori – Resistans



# Exempel likströmsteori – Resistans



## Exempel likströmsteori – Resistans



$$R_0 = R_{11} \parallel R_{17} = \frac{33}{43} \text{ k}$$

Kontroll:  $R_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{33}{43} \text{ k}$

## Effektbegreppet

Grunduttryck:  $P = UI$

Källor avger (vanligen) elektrisk effekt

Resistorer konsumerar elektrisk effekt

För ett helt nät gäller

$$\sum_k P_k = 0$$



**Linköping University**  
expanding reality

[www.liu.se](http://www.liu.se)

## Anteckningar från tavlan

Följande sidor innehåller mina anteckningar av det som hamnade på tavlan då jag löste exemplet. Dessa anteckningar innehåller lite mer än vad som faktiskt hamnade på tavlan.



## Bestämning av tomgångsspänning 1

$$\text{Nod 1: } \frac{V_1 + E_5 - V_2}{R_{13}} + \frac{V_1 - V_3}{R_{12}} + \frac{V_1 - 0}{R_6} + I_{04} + \frac{V_1 + E_6 - 0}{R_8} = 0$$

$$\text{Nod 2: } \frac{V_1 + E_5 - V_2}{R_{13}} - \frac{V_2 - V_3}{R_1} - I_{03} = 0$$

$$\text{Nod 3: } \frac{V_2 - V_3}{R_1} + \frac{V_1 - V_3}{R_{12}} - \frac{V_3 - V_4}{R_4} = 0$$

$$\text{Nod 4: } \frac{V_3 - V_4}{R_4} + I_{03} - \frac{V_4 - 0}{R_{11}} - I_{01} = 0$$

## Bestämning av tomgångsspänning 2

$$\left(\frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_8}\right)V_1 - \frac{1}{R_{13}}V_2 - \frac{1}{R_{12}}V_3 = -\frac{E_5}{R_{13}} - \frac{E_6}{R_8} + I_{04}$$

$$-\frac{1}{R_{13}}V_1 + \left(\frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_1}\right)V_2 - \frac{1}{R_1}V_3 = -I_{03} + \frac{E_5}{R_{13}}$$

$$-\frac{1}{R_{12}}V_1 - \frac{1}{R_1}V_2 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_4}\right)V_3 - \frac{1}{R_4}V_4 = 0$$

$$-\frac{1}{R_4}V_3 + \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{11}}\right)V_4 = I_{03} - I_{01}$$

## Bestämning av tomgångsspänning 3

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_8} & -\frac{1}{R_{13}} & -\frac{1}{R_{12}} & 0 \\ -\frac{1}{R_{13}} & \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} & 0 \\ -\frac{1}{R_{12}} & -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{11}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{E_5}{R_{13}} - \frac{E_6}{R_8} - I_{04} \\ \frac{E_5}{R_{13}} - I_{03} \\ 0 \\ I_{03} - I_{01} \end{pmatrix}$$

## Bestämning av tomgångsspänning 4

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} + 1 + 1 & -\frac{1}{2} & -1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} + 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2.5 - 1 - 5 \\ 2.5 - 5 \\ 0 \\ 5 - 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3.5 & -0.5 & -1 & 0 \\ -0.5 & 1 & -0.5 & 0 \\ -1 & -0.5 & 2 & -0.5 \\ 0 & 0 & -0.5 & 1.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8.5 \\ -2.5 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Enheter

A ↗

1/kΩ

V

mA

## Bestämning av tomgångsspänning 5

$$D = |A| = 3.5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & 2 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & 1.5 \end{vmatrix} + 0.5 \cdot \begin{vmatrix} -0.5 & -0.5 & 0 \\ -1 & 2 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & 1.5 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} -0.5 & 1 & 0 \\ -1 & -0.5 & -0.5 \\ 0 & 0 & -0.5 \end{vmatrix}$$
$$= 3.5 (1 \cdot 2 \cdot 1.5 - 1.0.5 \cdot 0.5 - 0.5 \cdot 0.5 \cdot 1.5) + 0.5 (-0.5 \cdot 2 \cdot 1.5 + 0.5^3 - 0.5 \cdot 1 \cdot 1.5) - (-0.5^3 - 0.5) = \dots = 5.375$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} 3.5 & -0.5 & -1 & -8.5 \\ -0.5 & 1 & -0.5 & -2.5 \\ -1 & -0.5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 & -1 \end{pmatrix}$$

*Sammenregel.*

$$D_4 = |A_4| = -12.25$$

$$V_4 = \frac{D_4}{D} = -2.2791 \text{ V}$$

$$U_0 = V_4 - 0 = -2.2791 \text{ V}$$

## Bestämning av kortslutningsström 1

$$\text{Nod 1: } \frac{V_1 + E_5 - V_2}{R_{13}} + \frac{V_1 - V_3}{R_{12}} + \frac{V_1 - 0}{R_6} + I_{04} + \frac{V_1 + E_6 - 0}{R_8} = 0$$

$$\text{Nod 2: } \frac{V_1 + E_5 - V_2}{R_{13}} - \frac{V_2 - V_3}{R_1} - I_{03} = 0$$

$$\text{Nod 3: } \frac{V_2 - V_3}{R_1} + \frac{V_1 - V_3}{R_{12}} - \frac{V_3 - 0}{R_4} = 0$$

## Bestämning av kortslutningsström 2

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_8} & -\frac{1}{R_{13}} & -\frac{1}{R_{12}} \\ -\frac{1}{R_{13}} & \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_{12}} & -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{E_5}{R_{13}} - \frac{E_6}{R_8} - I_{04} \\ \frac{E_5}{R_{13}} - I_{03} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3.5 & -0.5 & -1 \\ -0.5 & 1 & -0.5 \\ -1 & -0.5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8.5 \\ -2.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\nearrow$   
A

$\nwarrow$   
b

## Bestämning av kortslutningsström 3

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot b = \begin{pmatrix} -4.5152 \\ -6.7273 \\ -3.9399 \end{pmatrix}$$

$$I_k = I_{03} + \frac{V_3 - 0}{R_4} - I_{01} - 0 = 5 + \frac{-3.9399}{2} - 6 = -2.9697 \text{ mA}$$