

# Lära matematik via ett förbättrat skrivande vid tentamen

## MEST-projektet

Ett projekt genomfört 2002/2003 med stöd av NyIng.

*Owe Kågesten*  
oweka@itn.liu.se

*Louise Bonta*  
loubo@itn.liu.se

Institutionen för teknik och naturvetenskap vid Linköpings universitet  
Campus Norrköping

## *Förord*

Nils Trowald Lantbruksuniversitetet presenterade vid ett seminarium 2002-01-17 olika examinationsformer och dess konsekvenser. En idé som kom upp var att ej ge studenterna full poäng om det fanns brister i den språkliga behandlingen. Komplettering skulle göras vid ett senare tillfälle. Denna idé ligger till grund för detta projekt. Metoden har vissa likheter med tre-steps provet (Trowald 1997).

Ett värdefullt stöd har vi haft av Michael Hörnquist som upplät sin kurs till projektet. Michael har även bidragit aktivt via värdefulla diskussioner i den praktiska utformningen av projektet. Vidare vill vi tacka de studenter som deltagit i intervjuerna. Utan er medverkan hade det ej varit möjligt att utvärdera projektet.

Projektet har genomförts med ekonomiskt stöd av NyIng.

Norrköping i oktober 2003

Owe Kågesten och Louise Bonta

## Innehåll

	<i>Sammanfattning</i> .....	3
1	<i>Bakgrund</i> .....	4
2	<i>Syfte</i> .....	4
3	<i>Metod och urval av studenter</i> .....	5
	3.1 Urval av studenter.....	5
	3.2 Metod.....	5
	3.3 Exempel på anvisningar och poängsättning.....	5
4	<i>Utvärdering genom intervju</i> .....	6
	4.1 Metod.....	6
	4.2 Resultat av intervjuerna.....	7
	4.2.1 Utdrag ur intervjuerna.....	7
	4.2.1.1 Varför man inte skrev det man skrev.....	7
	4.2.1.2 Vad hände då jag skrev?.....	8
5	<i>Svårigheter</i> .....	9
	5.1 Frånfall.....	9
	5.2 Ökat arbete.....	9
6	<i>Slutsatser</i> .....	10
	6.1 Förslag genererade av projektet.....	10
	6.2 En praktisk tillämpning.....	10
	<i>Referenser</i> .....	11
	<i>Bilagor</i> .....	12
	Bilaga 1.....	12
	Bilaga 2.....	13
	Bilaga 3.....	14
	Bilaga 4.....	15
	Bilaga 5.....	16

## *Sammanfattning*

Rapporten visar på en möjlig väg att gå för att fördjupa förståelsen för matematik. Metoden bygger på att studenterna får tillföra text till sin skriftliga tentamen i ett andra steg i examinationen, en form av hemtentamen. De duktiga studenterna får en fördjupad förståelse medan de svaga får en möjlighet att över huvud taget förstå sambanden.

Mycket talar för att det finns anledning att skapa en atmosfär där studenterna lär sig att utveckla sina lösningar mot mera förklarande texter i kalkylen. För att detta skall ske behövs ett konsekvent handlande av inblandade matematiklärare i form av stöd till studenterna och att skrivandet bakas in i examinationen.

## 1 Bakgrund

Matematikundervisningen på grundutbildningen vid våra tekniska utbildningar inom universitet och högskolor har under åren präglats av fokus på en bra kalkyl. Detta är en bra grund att stå på. Vi kan samtidigt konstatera att ambitionerna ofta är högre. Vi vill även att studenterna skall kunna skriva och tala matematik. Det senare är inget självändamål utan syftar till att fördjupa förståelsen för den kalkyl man oftast gör. Man kan säga att vi genom att skriva och tala matematik skapar möjlighet till reflektion och därmed ett fördjupat lärande

Vid vanlig skriftlig tentamen i matematik har matematiklärare inom högskolan under en rad år observerat att studenter lämnar in ganska "torftiga" lösningar i samband med tentamen. Allt för ofta handlar det om en serie beräkningar där läsarens uppgift är att med hjälp av sina egna kunskaper i matematik gissa sig till, vad studenten menar. Ofta beklagar vi oss över detta men nöjer oss och studenten får sina poäng (ibland med ett smärre avdrag) "för han/hon har ju ändå räknat rätt".

Det finns idag en del idéer om hur detta skulle kunna påverkas. Inom svensk högskola och även utomlands pågår idag en del aktiviteter, tex "portfolie metoden" och experiment med så kallade "tankeböcker" (*CUPs rapportserie nr 3 nov 2000, Linköpings universitet sid 32 respektive 147*) samt journalskrivning (*Chalmers, matematiska institutionen. Inget publicerat*). Vid högskolan i Kristianstad pågår ett projekt med titeln "To develop the ability of teacher student to reason mathematically". Projektledare Barbro Grevholm. Avsikten med detta projekt är att få lärarstudenter att tänka matematisk. Dessa aktiviteter syftar samtliga till att stärka lärandet med hjälp av egna reflektioner via skrivande. Mycket har gjorts kring reflekterat lärande, bla Shirley Booth och Leone Barton. De har bla genomfört intervju av ingenjörstudenter som studerar matematik (Booth, 1995).

Vi vet från flera undersökningar och erfarenheter att på de tekniska högskolorna är examinationsformerna starkt styrande för teknologens lärande. En slutsats är att skall vi ändra på lärandet så måste det ske via examinationsformen. En idé som kom upp i samband med seminariet 2002-01-17 var att ej ge studenterna full poäng om det fanns brister i den språkliga behandlingen. Man kan t ex ge 4(6) poäng, vilket kan tolkas som: OK du får 4 poäng på den ingivna lösningen, men Du kan få 6 om Du återkommer (t ex) i morgon och då har gjort en fullständig lösning dvs förklarat i ord vad Du gjort, motiverat, analyserat, rimlighetsprövat osv. Listan kan göras lång och anpassas efter den rådande situationen.

## 2 Syfte

Huvudsyftet med detta projekt är att undersöka om man kan stärka studenternas lärande genom att studenten reflekterar över genomförda lösningar genom att i samband med tentamen fått komplettera sina lösningar med relevanta texter.

Man kan då ställa ett antal frågor kring detta:

1. Varför skriver inte studenterna bättre än vad som sker? Beror det på att de inte vet hur saker och ting hänger ihop? Rent taktiskt vill man inte skriva mer än vad man tror behövs? Man kan ju avslöja brister, man kan ha tidsbrist, man vet inte att man ska skriva etc? Beror det på hur inblandade lärare skriver lösningar till olika typer av problem? Poängsystemen gynnar inte ett skrivande?
2. Om nu studenten får i uppdrag att ta med sig tentan hem och redigera den, vad händer? Sker det ett lärande? Vad typ av lärande? Sker ett lärande på en högre förståelsenivå (jämför tex med Blooms taxonomi, Bloom 1956)? Vilka instruktioner skall ges? Kanske inte studenten alls är intresserad av att få extra poäng på detta sätt?

Vi försökte att få svar på så många av dessa frågor som möjligt.

## 3 *Metod och urval av studenter*

### 3.1 *Urval av studenter*

Idéerna skulle testas på studenter i en lämplig matematikkurs. Valet föll på kursen i flervariabelanalys för studenter inom civilingenjörsutbildningarna vid Campus Norrköping, ca 300 st. Kursen ges i årskurs två. Skälet till detta var att examinator på kursen Michael Hörnquist redan hade uppmanat sina studenter till att skriva förklarande texter, rimlighetspröva, angivande av svar osv (se bilaga 1 och 2). Allt för att få full poäng på skriftliga tester. Vi kunde/ville ej utföra försöket i full skala varför vi lät samtliga studenter få möjlighet att anmäla sig till projektet enligt principen "först till kvarn" (se inbjudan bilaga 3). Vi hade tänkt oss 30 studenter och 18 stycken anmälde sig. Ca hälften av dessa var studenter som gick i högre årskurs och således hade misslyckats att klara kursen vid tidigare försök. Man kan misstänka att dessa äldre studenter såg detta som ett sätt att lättare klara examinationen jämfört med tidigare ("man griper efter halmstrået").

### 3.2 *Metod*

Två examinationsmoment i kursen var tillgängliga för projektet, dels en kontrollskrivning nr 3 (två kontrollskrivningar var redan genomförda) i november 2002, dels en ordinarie tentamen i december samt två omtentamina i april respektive i augusti 2003. Kontrollskrivningen gav bonus på tentamen. Kontrollskrivningen blev ett slags förtest för projektets idéer. Utvärdering av kontrollskrivningen skedde genom att studenterna fick besvara tre frågor skriftligt (bilaga 4). Dessa svar var sedan grunden för den intervju som följdes efter att de genomfört tentamen i december, april eller augusti.

Vid tentamen genomfördes examinationen i tre moment:

1. Studenten genomförde en skriftlig tentamen enligt normala rutiner för kursen. Därefter rättades tentan efter de rättningsnormer som gällde för samtliga studenter, men med en väsentlig skillnad studenten fick möjlighet att erhålla högre poäng om lösningen kompletterades med förklarande texter, motivering av de olika stegen, evaluering av svaret osv (se bilaga 2). Det angavs också vilken poäng som detta kunde ge. Poängen angavs som t ex 3(5), viljet betyder att du har 3 poäng, men kan erhålla 5 om du tillför lösning text enligt anvisningen.

Exempel på anvisningar och poängsättning anges under rubriken 3.3.

2. Då tentamen var rättad enligt punkt 1 ovan fick studenten ta hem tentamen för att korrigera texterna enligt de anvisningar som är angivna. (En kopia sparas på institutionen.) Detta skulle studenten göra på egen hand. Normalt fick studenten två dagar på sig.
3. Tentan rättades efter att studenten korrigerat och slutbedömningen gjordes.

### 3.3 *Exempel på anvisningar och poängsättning*

*Exempel på texter och poäng tagna ur rättning av tentamen i december 2002*

Maximal poäng per problem är 6 poäng.

Student A

Uppgift 5. "Vilken formel använder du och vilken är dess förutsättningar? 5(6)"

Uppgift 6. "Berätta vad du gör! 0(2)"

Uppgift 8. "Men hur vet du att funktionen  $f$  finns? 4(6)"

Student B

Uppgift 7. "Ge ett fullständigt svar! 5(6)"

Student C

Uppgift 4. "Ange här hur du strukturerar problemet. Har hela ytan samma normal? 0(3)"

Uppgift 8. "Hur vet du att  $y(0)=0$ ? Hur vet du att  $y$  är en funktion av  $x$ ? 4(6)"

Student D

Uppgift 2. "Är detta rimligt? 2(4)"

Uppgift 4. "Vad är D? 2(4)"

Uppgift 5. "Vad är D i förhållande till C? 3(5)"

Student E

Uppgift 3. "Kan du rimlighetspröva ditt svar? 0(2)"

Uppgift 4. "Vilken sats använder du? Hur finner du integrationsområdet och vilket är det? 0(2)"

Student F

Uppgift 2. "Går detta svar att pröva? 2(4)"

Uppgift 3. "Förbättra din figur! Vad är F och vad är D? Varför är ditt svar ej rimligt? 0(3)"

Uppgift 4. "Vilket område har du integrerat över? Rita detta! Vilket område borde det vara? Rita detta! 0(3)"

Student G

Uppgift 2. "Ge svar på uppgiften! 4(6)"

Uppgift H

Uppgift 1. "Vad gör du här? Vilket är ditt svar? 1(3)"

Uppgift 3. "Rita en figur samt förklara var du gör! 0(2)"

Student I

Uppgift 2. "Går detta att pröva? 2(3)"

## 4 Utvärdering genom intervju

### 4.1 Metod

Studien är av kvalitativ natur. En kvalitativ studie används om man vill skapa en djupare förståelse för ett specifikt ämne eller situation. Data erhöles genom semistandardiserade ostrukturerade intervjuer med de studenter som deltog i projektet och som deltagit i någon av de tre tentamenstillfällen som gavs inom projektet.

#### *Olika slag av intervjuer*

Grad av *strukturering* har att göra med i vilken utsträckning frågorna är fria för intervjupersonerna att tolka fritt beroende på sin egen inställning, tidigare erfarenhet osv. Den strukturerade frågan ger intervjupersonen inga möjligheter att svara på annat sätt än intervjuaren tänkt sig. Är svarsområdena öppna så är frågan ostrukturerad. Då bestämmer den tillfrågade vilken struktur svaret får, Trost (1997).

Grad av *standardisering* beror på hur mycket ansvar som lämnas till intervjuaren när det gäller frågornas utformning och inbördes ordning. Låg grad av standardisering eller helt ostandardiserade intervjuer är när intervjuaren själv formulerar frågorna under intervjun och ställer frågorna i den ordning som är lämplig för en viss intervjuperson. Helt standardiserade intervjuer är det när intervjuaren ställer likalydande frågor i exakt samma ordning till varje intervjuperson, Patel & Tebelius (1987).

En semistandardiserad ostrukturerad intervju valdes eftersom den typen möjliggör en anpassning till situationen. Genom att använda den typen av intervju kunde frågorna anpassas allt efter intervjuens gång samtidigt som ett visst förutbestämt mönster följdes.

Efter genomförd examination intervjuades varje student under ca 45 minuter och fick besvara två huvudfrågor:

1. Du har nu haft möjlighet att komplettera din lösning på tentamen. Varför hade du inte skrivit denna text vid själva tentamenstillfället?
2. Vad det något du lärde dej då du fick ta hem din tentamen och komplettera lösningen? Vad gjorde du?

Dessa frågor kompletterades sedan under intervjuens gång med följdfrågor. Nio studenter intervjuades.

## 4.2 Resultat av intervjuerna

Analys av intervjuerna leder till slutsatsen

\* att skälet till att man inte skrev de texter man skrev vid själva hemtentamen beror i huvudsak av följande:

- avsaknad av motivation och/eller information att skriva
- ovana att skriva
- tidsfaktor/stress
- osäkerhet i vad som skall skrivas samt slarv
- avsaknad av förebilder

\*att resultatet av att man fick chansen att gå hem med sin tenta och komplettera texterna

- gav ökad förståelse
- gav tid för reflektion
- gjorde att man upptäckte sina kunskapsluckor
- gav möjlighet att avsluta och gå en bit till i sitt kunskapsökande
- gjorde att man såg felen

### 4.2.1 Utdrag ur intervjuerna

En sammanställning av intervjuerna finns beskriven i bilaga 5. Nedan följer ett utdrag av studentkommentarer som exempel på stöd för våra slutsatser.

En student uttryckte en väldigt kärnfull slutsats av sitt skrivande. Hon svarade på frågan ”Lärde du dej något hemma?”:

*” Ja. Skriver jag ut allting, då följer tanken med och då kan jag se om något inte stämmer eller inte funkar.”*

Bättre kan det nog inte uttryckas!

Utdragen delas upp i förhållande till beskrivningen av slutsatserna enl moment 3.2.

#### 4.2.1.1 Varför man inte skrev det man skrev.

##### *Motivation/information*

- Om motivering krävs tänker jag mer. Annars skriver jag inte ner lösningen i ord.
- Var tydlig med att ange att lösningen inte räcker (tentalösning).
- Hur mycket man ska skriva? Hur pass ingående? Väldigt övergripligt eller ingående?
- Det finns alltid en nackdel att skriva: Om första uppgiften blir galen kanske detta följer med till uppgift två och då blir man sämre bedömd.
- Det känns som om fokus ligger på lösningen – det är svaret som räknas när det kommer till kritan.
- Vissa som jag frågade hade glömt hur de gjorde men hade ändå klarat tentan.
- Det är också viktigt hur läraren pushar - hur läraren motiverar oss att söka förståelse.



## Ovana

- Jag måste träna på mitt skrivande.
- Svårt att veta hur mycket man skall skriva.
- Ovana från hemmaräkandet och på lektionerna ger läraren bara korta lösningar.
- Jag har en slags konvention, jag skriver bara uträkningar och definitioner.
- Man vet inte vad som behövs.
- Man tror att läraren kan förstå ändå.
- När man räknar själv skriver man aldrig.

## Tidsfaktor/stress

- Ibland mår jag illa för att jag är så nervös.
- Jag är nervös så jag vet inte hur jag tänker.
- Hinner inte med allt på tentan.
- Tanken är inte riktigt färdig.

## Osäkerhet och slarv

- Jag är inte noggrann när jag räknar.
- Jag blandar lätt ihop.
- Jag blir ibland osäker på min egen kunskap.
- Kanske får man mera avdrag.
- Jag är osäker på mej själv.

## Avsaknad av förebilder

- Gamla tentor har inte bra lösningar.
- Inga förebilder att skriva lösningar.
- Jag ser på andra studenter.
- Nej, det här känns nytt.

### 4.1.1.2 Vad hände då jag skrev?

#### Ökad förståelse

- Skriver jag ut allting, då följer tanken med och då kan jag se om något inte stämmer eller inte funkar.
- Lösningen vid hemtentan förstår man i detalj och känner igen liknande.
- Kommentarer är bra för jag vet då vad jag skall söka på och kan då få förståelse för matten.
- Jag ser sammanhagen hemma. Hur det hänger ihop. På föreläsningarna får jag veta hur jag skall lösa men kommentarerna ger sammanhanget. Det blir en kunskap på en högre nivå.
- Metoden är bra för ökad förståelse och ett sätt att klara tentan.
- Man sätter sej ner med boken o läser, klurar själv, läser o funderar. Jäkligt bra, aha upplevelser. Dom grejer jag läste på blev klarare.
- Men det är klart, man lär sig ju mer. Kunskapen sitter längre i ett sådant här projekt.
- Att få poäng så här – det är bra. Det ger mer – en djupare kunskap. Det är ju kul med matte och det är egentligen så här det borde se ut, som i projektet.
- Det är vissa saker som jag inte förstått och då får jag gå tillbaka och rätta till och det ökar på kunskapen.

#### Tid för reflektion

- Man lär sig mer då man läser igen. Jag såg alternativa lösningar hemma och tänkte varför gjorde jag inte så här?

- Efter tentan funderar jag och analyserar. Vad gjorde jag? Det är bra att få fundera en gång till och utveckla sitt tänkande en bit till så att kunskapen sitter där.
- Vid "efterhemtentan" med kommentarer fick jag en "push" att fortsätta tänka.
- Man får tänka mer.
- Jag tänker igenom på ett annat sätt när jag skriver, vad jag missat, kalkyler.
- Tänker på ett annat sätt, inte stressad hemma, jag vill veta tankegångarna bakom.
- Man skriver och under tiden kommer det nya tankar

#### *Gjorde att man upptäckte sina kunskapsluckor*

- Hade tidigare förstått men inte fullt ut.
- Kollade igenom det som jag missat. Kopplade till nya saker – slog upp i boken och såg nya saker.
- Såg i Calculus och Oj! Är det så här! och då fick jag räkna om och då gjorde jag det grundligt.
- Möjlighet att avsluta och gå en bit till i sitt kunskapssökande

#### *Gjorde att man såg felen*

- Det första jag tänker är: Hur kunde jag tänka så?
- Jag funderade och kom på saker. Jag kollade i boken – för vi hade gjort liknande problem tidigare och då förstod jag min tanke som hade blivit fel.
- Jag lärde mig mycket på hemtentan – hur kunde jag göra en sådan här dum grej.

## 5 Svårigheter

Projektet stötte i princip på två svårigheter:

### *5.1 Frånfall*

Studenter i projektet tyckte att de blev hårdare bedömda i steg 1 av rättningen jämfört med de som inte deltog i projektet. Det är möjligt att det fanns en sådan tendens. Framför allt kan det vara så att de lärare som rättade utanför projektet hade en tendens att låta formella brister passera. Detta gjorde att en del studenter som från början visade intresse att delta hoppade av projektet.

Vi bedömer trots detta att vi fick tillräckligt många studenter för att få spridning i kön, ålder och matematisk förmåga hos deltagande studenter.

### *5.2 Ökat arbete*

Arbetsinsatsen för de lärare som deltar i rättningen ökar, kanske med upp till det dubbla. Man kan då ställa två frågor:

- "Är det värt det extra arbetet?"
- respektive
- "Hur skall det finansieras?"

Det är svårt att ge ett enkelt svar på dessa frågor. Det hela beror ju på om man är intresserad av att studenterna fördjupar sitt lärande och då är detta definitivt ett sätt att göra detta. Projektet ger också antydningar till att metoden kan hjälpa de svagare studenternas förståelse och då blir metoden intressant även för ökad genomströmning och därmed får kurserna en bättre finansiering. I slutändan hamnar man nog i en prioriteringssituation.

## 6 *Slutsatser*

Om man är ute efter att fördjupa förståelsen i matematik visar detta projekt en möjlig väg att gå. Om studenten tvingas att vid sidan av den rena kalkylen skriva mera text, i meningen att

- Strukturera lösningsgången
- Rita förklarande figurer
- Motivera lösningssteg
- Tillföra förklarande text
- Formulera svaret
- Evaluera svar

vid lösning av matematiska problem, visar resultaten på att det sker ett fördjupat lärande. Detta tycks ske oberoende vilken nivå studenten befinner sig på. Den duktiga studenten får en fördjupad förståelse medan den svaga studenten får en möjlighet att över huvud taget förstå sambanden.

Man kan då fråga sig varför inte studenterna skriver text på detta sätt eftersom det är ett stöd för lärandet? Här bedömer vi att ansvaret ligger hos läraren att skapa en atmosfär som stimulerar till ett skrivande. Resultaten ovan pekar nämligen på att studenten i hög grad saknar denna atmosfär.

### *6.1 Förslag genererade av projektet*

Vi har här givit studenten möjlighet att skriva i samband med tentamen, vilket är ett tillfälle. Vi bedömer dock att projektets resultat även kan användas till skrivande i den process som ligger före examinationen, dvs själva undervisningen. Här gäller det att ha fantasi att skapa skrivatmosfärer i samband med matematikundervisningen.

I samband med intervjuerna kom följande förslag upp:

- Skapa *skrivarskolor i matematik*. Med detta avses att mera strukturerat skola studenterna i att lösa vanliga matematiska problem med krav på att ge fullständiga lösningar med relevanta texter. I en sådan skrivarskola kan man låta studenter studera ett problem där kalkylen är gjord och sedan skall studenten fylla i relevant text. Här kan man också utnyttja de erfarenheter som finns beskrivna av Meier & Rishel (Meier & Rishel 1998). De beskriver erfarenheter från en metod där man utgår från studenternas lösningar för att i dem skriva in frågor. Därefter följer man upp studenternas svar för att som slutmål ha en fullständig lösning.
- Öka inslaget av kommunikation och gruppdynamik
- Se till att kravet på skrivande i matematik kommer tidigt i utbildningen och att det genomförs konsekvent i alla matematikkurser

### *6.2 En praktisk tillämpning*

Projektets resultat stimulerade projektledaren till att tillämpa idéerna på en grundkurs i matematik aug/sept 2004. En sådan kurs tar emot förstaårsstudenterna de fyra första veckorna. Mycket talar för att det går att "omvända" studenterna om man arbetar systematiskt med skrivande som krav i samband med problemlösning. Dock krävs det mer än fyra veckor och samtliga matematiklärare som möter studenterna måste ha samma ideologi.

## *Referenser*

Bloom, BS (Ed) (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. Handbook 1: Cognitive domain*. New York: McKay

Booth, S, 1995, *Towards Teaching for Mathematical Power*

CUPs rapportserie nr 3 nov 2000, Linköpings universitet sid 32 respektive 147

Meier, J & Rishel, T (1998) *Writing in the teaching and learning of mathematics*. Washington DC: Mathematical Association of America

Patel, R & Tebelius, U, 1987, *Grundbok i forskningsmetodik- Kvalitativt och Kvantitativt*, Studentlitteratur, Lund

Trost, Jan, 1997, *Kvalitativa intervjuer*, Studentlitteratur, Lund

Trowald, Nils (1997) *Råd och idéer för examinationen inom högskolan*  
Högskoleverkets skriftserie 1997:14 R. Högskoleverket.

# *Bilagor*

## *Bilaga 1*

Linköpings universitet  
Institutionen för teknik och naturvetenskap  
Michael Hörnquist

## Flervariabelanalys, TNG010

Allmän poängbedömningsmall för tentamina och kontrollskrivningar

16 september 2002

Varje uppgift kommer att bedömas med 0 – 6 poäng, där  $\geq 4$  poäng räknas som godkänd uppgift. Betygskriterierna grundas på antalet godkända uppgifter, men totalpoängen kan komma att användas för avrundning uppåt i gränsfall.

- Beskrivning av lösningsgång i ord istället för med räkningar, i de fall ni inte klarar räkningen, uppskattas och kan ge upp till 4 poäng, dvs godkänd uppgift.
- Självkännedom om att ni inte klarar en viss uppgift ger 2 poäng, om ni anger att ni avstår från att lösa den.
- Svar och delsteg skall alltid, om möjligt, kontrolleras. Utebliven kontroll, vilket syns på att resultatet blir fel, bedöms utifrån hur lätt och snabbt det var att kontrollera (vilket är något olika på en tentamen respektive en kontrollskrivning). Observera dock att ni inte behöver skriva ut kontrollerna, såvida de inte är logiskt nödvändiga för lösningen att vara fullständig (ex.vis när man löser rotekvationer).
- Orimligt svar ger alltid noll poäng, oavsett hur litet slarvfel som gav upphov till det. Om ni kommenterar att svaret är orimligt kommer felet dock att bedömas efter hur allvarligt det är, och inte efter sina konsekvenser.
- Lösning utan förklarande text ger aldrig full poäng, och kommer att bedömas hårdare än lösningar där ni berättar vad ni gör.
- Lösning utan tydligt svar, där sådant kan ges, ger aldrig full poäng.

## Examination

Examinationen sker dels med tre obligatoriska kontrollskrivningar i 105 minuter (två i period 1, en i period 2, se schemat för deras placering), UPG2, dels med en tentamen som täcker hela kursen, TEN2. Kontrollskrivningarna syftar till den hantverksfärdighet som är nödvändig inom matematiken, medan tentamen har siktet inställt på förståelse och förmågan att kombinera era idéer.

För godkänt på UPG2 krävs antingen att de tre kontrollskrivningarna är godkända, eller engodkänd tentamen på slutet av kursen. Varje kontrollskrivning består av fem uppgifter, och för godkänt räcker det att åtminstone tre är nöjaktigt behandlade. Dessa uppgifter kommer att tas från läroboken, och vara på samma nivå som de som är utvalda på lektionsplaneringen.

Den skriftliga sluttentamen, TEN2, består av nio uppgifter, vilka bedöms med 0-6 poäng. De första tre uppgifterna svarar mot de tre kontrollskrivningarna, och de studenter som är godkända på motsvarande kontrollskrivning får automatiskt uppgiften bedömd med full poäng. För betyget  $n$  så räcker det med  $n + 2$  godkända uppgifter, där en uppgift räknas som godkänd om den är bedömd med minst 4 poäng. Högre betyg kan även erhållas genom många poäng. De studenter som inte är godkända på UPG2 blir automatiskt godkända på hela kursen när de klarar tentamen, oavsett fördelning av godkända uppgifter.

I denna kurs kommer förmågan att kunna avgöra sin egen förmåga att värderas högt, vilket avspeglar sig i att den som väljer att endast notera "jag klarar inte denna uppgift" på en uppgift på tentamen kommer erhålla två poäng. Direkt felaktiga lösningar kan dock fortfarande rendera noll poäng.

2002-10-25

## **”Lära matematik via ett förbättrat skrivande vid tentamen”**

Vill du delta i projektet ”Lära Matematik via Ett förbättrat Skrivande vid Tentamen” (MEST)?

30 studenter på kursen TNG010 flervariabelanalys får möjligheten att delta i projektet. Projektet omfattar kontrollskrivning nr 3 samt tentamen i december 2002 samt de två följande omtentamina. **Urvalet** sker enligt principen ”först till kvarn....” .

**Anmälan** sker genom att skicka e-post till projektledaren Owe Kågesten [oweka@itn.liu.se](mailto:oweka@itn.liu.se) senast 2002-10-08. Anmälan skall innehålla namn, personnummer, program samt e-postadress.

### *Praktiska anvisningar*

De som deltar i projektet kommer att bedömas enligt följande principer:

För tentan gäller

\*Poängbedömningsmallen utgiven 16 september 2002 gäller, se kursens hemsida <http://www.itn.liu.se/~micho/TNG010/Poangbedomning.pdf>

\*Betygsgränserna sättes enligt poängmallen

Betyg 3 38 poäng

Betyg 4 42 poäng

Betyg 5 46 poäng

Kravet på antalet godkända uppgifter släpps!

För kontrollskrivningen gäller

Godkänd 19 poäng

Kravet på antalet godkända uppgifter släpps!

Poängen sättes i två omgångar, vid rättning och därefter får du möjligheten att komplettera din lösning genom att ta hem tentamen och komplettera din lösning i följande avseenden:

\* Motivera dina lösningssteg

\* Evaluera ditt svar

\*Tillföra förklarande text

\*Formulera svaret

\*Strukturera lösningsgången

Kompletteringen handlar alltså endast om att tillföra text i lösningen och inte förändringar i kalkylen. Självklart skall detta ske på egen hand.

Vid den första poängbedömningen kan du på uppgift 4 tex få poängen 3(5), vilket betyder att du fått 3 poäng vid den första bedömningen, men har möjlighet att få 5 poäng om du tillför text enligt ovan via kompletteringsmöjligheten. Har du fått poängen utan ”parentespoäng” tex 3 så innebär detta att det inte går att komplettera just den uppgiften.

Ett exempel på hur det kan se ut finner du i bilaga 1 (under konstruktion)

En fylligare beskrivning av projektet finner du här: <http://www.itn.liu.se/~oweka/NyIng-ansokanWEB.2002.05.16.pdf>

Välkommen att delta!

## Enkät efter K3

3. Du har nu haft möjlighet att komplettera din lösning på K3. Varför hade du inte skrivit denna text vid själva tentamenstillfället?

.....

.....

4. Vad det ngt du lärde dej då du fick ta hem kontrollskrivningen och komplettera lösningen? I så fall vad?

.....

.....

5. Är det ngt jag kan göra bättre inför själva tentan?

.....

.....



*Sammandrag av intervjuerna*

*Fråga 1*

**Du har nu haft möjlighet att komplettera din lösning tentan. Varför skrev du inte detta på tentan?**

*Skrivandet*

Skall man skriva skall det vara kvalitet. Jag måste träna på mitt skrivande. Det är som Owe säger Studenter som skriver mycket och utförligt gynnas och de som kommer fram till en lösning blir bättre bedömda.

Jag missar poäng eftersom jag är dålig på att förklara mig. Jag är ovan att skriva och glömmar hur de vill ha det. Man skapar sig ett eget sätt att lösa problem – tittar och angriper uppgiften annorlunda. I flervariabeln finns många varianter. Svårt att veta hur mycket man skall skriva. Det är taktiskt - man vet kanske inte riktigt och då kanske mycket blir fel.

Kravet på att skriva var olika: I analysen var det inte så viktigt, i flervariabeln var det viktigt men algebran var annorlunda.

Ibland glömmar man bort formeln. Jag kollar om svaret är inom rimliga gränser. Det finns en viss rädsla för att skriva.

Man vet hur det är, vad det innebär enligt den och den regeln, men man skriver inte ner det. Jag är ivrig att få ner regler/formler innan jag glömmar. Jag känner mig stressad innan tiden tar slut. Ovana från hemmaräkandet och på lektionerna ger läraren bara korta lösningar.

Jag vet när jag skall använda formeln, hur den används men det är svårt att formulera i ord. Jag vill helst bara räkna. Jag skriver inte så mycket text. Ibland när jag tittar senare så vet jag inte riktigt hur jag gjort. När jag hänger med i stegen kommer jag på, så det skulle lätta om det var nedskrivet.

Det är naturligt att jag löser uppgiften automatiskt på ett matematiskt sätt. Jag har en slags konvention, jag skriver bara uträkningar och definitioner. Jag har en grundformel och så sätter jag in det här där och byter ut där. Skriv så här och så här – bara konkreta uträkningar. Jag saknar ord att sätta på. Det är svårt. Jag är inte van att göra det. Saknar träning. Ibland är det svårt att veta vad eller hur mycket – det kanske är töntigt – han (läraren) måste ju fatta. Det tar lång tid att skriva.

Man vet inte vad som behövs. Skall man skriva exakt, huvudrubriker? Svårt att veta. Man tror att läraren kan förstå ändå. Tidigare har jag inte skrivit i algebran (envariabeln?) osv.

Viken instruktion skall ges för att man skall skriva mera?:

När man räknar själv skriver man aldrig. Det blir i så fall bara på tentan.

När jag skriver kan jag komma på att nej, så här är det inte och då får jag tänka om. Ibland känner jag att det här är riktigt. Hela tiden jag skriver så funderar jag.

*Tid och stress*

Jag hade inte förstått före tentan – hade inte tid att läsa igenom mejlet innan. Jag har inte uppfattat allt och då blir det svårt att förklara vad jag gör. Jag får skriva om tentan flera gånger så att det blir som jag menar. Hinner inte med allt på tentan. Tanken är inte riktigt färdig.

Åldern spelar in – det tar längre tid att tänka. Jag funderar fram och tillbaka. Jag försöker skapa en bild och sätta in det i ett sammanhang.

Jag är nervös så jag vet inte hur jag tänker. Ibland mår jag illa för att jag är så nervös. Jag hinner oftast inte genom en hel tenta. Jag sitter länge och funderar - tänker vad jag gör – det är massor som far genom huvudet och jag diskuterar vad jag gör. I vissa fall vill jag inte skriva ner om det är fel – vågar inte experimentera eftersom jag då inte får några poäng.

Om tid finns går jag tillbaka och tittar på en uppgift. Man har så mycket i huvudet och så måste man få ner tanken innan den försvinner. Ibland är det självklart.

Man är stressad och då är det lätt att glömma, men jag försöker nog få med det. Jag är förvirrad på tentan – måste hinna med för att få en chans och producera så många tal som möjligt.

#### *Osäkerhet och slarv*

Jag är inte noggrann när jag räknar. Jag fyller inte i alla integraler, det vet ju alla i alla fall. Jag gör likadant på tentan som när jag övar hemma.

Min brist – jag slarvar hemma och slarvar på tentan. Jag räknar hellre 25 tal än 10. Jag lär mig aldrig, blir trött på mig själv, lurar mig själv. Orkar inte tränga igenom allt. Jag genar, hoppar över, blir nervös när folk sitter 100 år med ett problem.

Jag blandar lätt ihop. Jag har hyfsad koll på vad jag kan men förlitar mig också på annans kunskap. Jag blir ibland osäker på min egen kunskap.

Lite olika. Man är så inkörd. Gör alltid som man alltid gjort. Men jag är också osäker. Kanske får man mera avdrag.

När jag sitter hemma och räknar då tar jag inte med allt och då gör jag likadant på tentan. Men det gör lärarna också – en del självklara saker.

Man blir nervös – ibland kan jag skärpa mig, som nu...

Jag är osäker på mej själv. Har varit osäker tidigare och det hänger kvar.

Jag gör som jag alltid har gjort; jag är så inkörd. Men det är också så att jag är osäker - kanske får jag mer avdrag?

Det är lätt att glömma vissa bitar i uträkningarna – någon parentes. Man har så mycket i huvudet – många olika regler att komma ihåg.

Jag har svårt att fokusera, låser mig, det är blankt på tentan. Jag föredrar projekt – då sitter det kvar. Vid tentan försvinner allt.

#### *Information och motivation*

Det är också viktigt hur läraren pushar - hur läraren motiverar oss att söka förståelse. I analysen har inte läraren sökt efter förståelsen. Man behöver mer tid från läraren, mer tid för att förstå.

Det känns som om fokus ligger på lösningen – det är svaret som räknas när det kommer till kritan. Det här skulle gynna studenter som har svårare. Viktigt att handledare kan förmedla sina kunskaper. Det är svårt att beskriva om tanken inte är riktigt klar.

Jag söker förståelse. Mycket går ut på att man skall lösa problemen. Vissa som löser uppgifterna har ju förståelse men inte alla. Vissa som jag frågade hade glömt hur de gjorde men hade ändå klarat tentan. Men när jag till sist fattade så satt det.

Matte är som ett projekt: tänka, planera, olika sätt att lösa – lite mer åt det hållet.

En del säger att förståelsen är viktig. Formler gör saker enklare men det är förståelsen som är det viktiga. När jag fastnar skriver jag och då brukar jag förstå.

Mer information behövs från lärarna att detta är en annan typ av uppgift. Räkna inte – skriv i stället. Det är inte facit som behövs utan ledtrådar – man behöver lära sig att tänka - vilka banor man skall tänka i. Redovisa sin tankegång – problemet – tänkt lösning fram till det man inte kan eller har glömt och sedan fortsätta.

Instruktioner? Om motivering krävs tänker jag mer. Annars skriver jag inte ner lösningen i ord. Jag kan tänka mej att det lönar sej att motivera. Just ja, om det är angivet innan, inte annars.

Hur mycket man ska skriva? Hur pass ingående? Väldigt övergripligt eller ingående? Skriv övergripande vad man gjort. Jag vet inte vad man ska skriva mer. Det finns alltid en nackdel att skriva: Om första uppgiften blir galen kanske detta följer med till uppgift två och då blir man sämre bedömd.

Var tydlig med att ange att lösningen inte räcker (tentalösning)

### *Förebilder*

Läraren skrev inte så mycket, han berättade och jag skrev ner det. Gamla tentor har inte bra lösningar. Gynnas inte av poängsättning

Hur och var lär du dig att formulera en lösning?

På föreläsningarna. Mikael är bra. Föreläsningar är ett bra forum. Boken är också bra – men ibland undrar man – var har jag fått detta ifrån? Det är mycket underförstått – ibland på ett för svårt sätt.

Micke – han är tydlig och pedagogisk – sätter saker i sitt sammanhang. Bra kurs. Inga förebilder att skriva lösningar. jo. Ingela, boken och lösningar på lektionen.

Jag ser på andra studenter - men lärare? Nja. Mest andra, men jag tar inte efter– ibland går det så långsamt.

Gamla tentor tittar många på, men det är inte så bra.

Läroboken, där står utförligt hur man läser problem. Sixten var väldigt bra, gjorde bra med förklarande text. Mikael har pratat mycket runt – inte skrivit ner förklarande text. Det vore bra om han upplyser hur han vill att det skall se ut. Kommer inte ihåg riktigt. En fördel att få mer hjälp hur man skall skriva. En matematisk skrivskola kanske – mer diskussioner om hur man löser problem och inte så mycket räkning. Ytterligare tid att se på matematiken.

Om det finns förebilder? I böcker, lärare, hur man skriver? – Nej, det här känns nytt. Det är ingen som bett mig titta på om det är rimligt tidigare. Genet kunde förklara – hon har stöttat och pratat – fick ner matten på jorden. Det kommer.

### *Fråga 2*

**Var det något du lärde dig då du fick ta hem tentan och komplettera lösningen? Vad gjorde du?**

### *Tid*

Det finns tid hemma och lugn och jag kan slappna av.

### *Förståelse/lärande*

Förståelsen hade jag men sättet att lösa uppgiften blev bättre.

Rätt svar är inte det viktiga utan det är förståelsen.

Lösningen vid hemtentan förstår man i detalj och känner igen liknande.

Kontrollskrivningen var väldigt positiv. Kommentarer är bra för jag vet då vad jag skall söka på och kan då få förståelse för matten. Jag får reda på varför – var det gått snett. Och då vet jag hur jag skall gå vidare.

Jag ser sammanhangen hemma. Hur det hänger ihop På föreläsningarna får jag veta hur jag skall lösa men kommentarerna ger sammanhanget. Det blir en kunskap på en högre nivå.

Metoden är bra för ökad förståelse och ett sätt att klara tentan.

Man sätter sej ner med boken o läser, klurar själv, läser o funderar. Jäkligt bra, aha upplevelser. Dom grejer jag läste på blev klarare. Man lärde sej, var det så det funkade. Hade tidigare förstått men inte fullt ut. Hur var det nu egentligen o då jag tänkte till: jaha var det så det funkade. Men svårt att veta hur mycket som skulle skrivas.

Vad menas med att förbättra svaret?

Man har inte riktigt förstått men det är kul att komma till insikt. Algebran var kul jag fattade inget först, sedan föll allt på plats och jag förstod allt.

Kollade igenom det som jag missat. Kopplade till nya saker – slog upp i boken och såg nya saker. Koppla tillbaka till det som jag inte fick fram på tentan. Det positiva är att man får ta ansvar för eget lärande. Bra att få poäng så här efteråt. Det är lättare att komma upp och över nivån om man får ta tag i matteproblemen direkt efter tentan.

Även om man har löst problemet på tentan hemma borde man få ett liknande att lösa för att det/kunskapen skall sitta kvar.

Man lär sig mer om sig själv, hur man lär. Jag vet vad jag är dålig på så jag vet vad jag lärt mig.

Jag tittar i böcker efteråt. Jag kan komma på något efteråt och vill veta. Vill veta praktiskt för jag är ingen teoretiker.

Lärde du dig något hemma?

**Ja. Skriver jag ut allting, då följer tanken med och då kan jag se om något inte stämmer eller inte funkar.**

Det är sällan jag sätter en tenta första gången. Jag kan komma med uppgiften en bit - kanske inte hela – jag får möjlighet att ”avsluta” vid hemtentan. Jag tror att man förbättrar lärandet med en sådan här process.

Hemtentan – vad händer då? Dels måste jag backa – något som jag är dålig på. Jag måste titta på vad jag gjort. Även på det som jag klarat. Jag blev då ställd, svårt. Vad är det jag jobbat med, tänkte jag. Jag plockade fram böcker och tittade på exempel, försökte hitta något lättare sätt att beskriva det på.

Jag vill gärna klura ut – frågar andra, letar i boken efter något liknande, jämför olika lösningar. Men det är olika i olika perioder – ibland med andra, ibland ensam. Man pluggar med olika. Det tar tid att förklara men jag gör det ibland och då får jag ta om ibland om de inte förstår och det lär man ju sig också på; det blir ytterligare en nivå. Bättre att ibland fråga en annan student än en lärare för de är inte alltid så lätta att förstå. Jag har inte förstått vad läraren menade. Lättare att förstå andra studenter.

Det första jag tänker är: Hur kunde jag tänka så? Jag gör notoriska slarvfel – det har jag gjort ända sedan grundskolan. Det är bra att kunna rätta till i projektet. Det är vissa saker som jag inte förstått och då får jag gå tillbaka och rätta till och det ökar på kunskapen.

Hårdare bedömd nu jämfört med dom som inte var med i projektet. Men det är klart, man lär sig ju mer. Kunskapen sitter längre i ett sådant här projekt.

Man lägger bort tentan när man har hämtat den och det tar lång tid innan omtentan sker och då hinner man glömma under tiden. I projektet fick jag ta tag i det med en gång. Såg i Calculus och Oj! Är det så här! och då fick jag räkna om och då gjorde jag det grundligt.

Jag läser i boken, tittar på anteckningarna från föreläsningarna, tittar på kommentarerna, frågar kompisar och då faller det mer på plats.

Att få poäng så här – det är bra. Det ger mer – en djupare kunskap. Det är ju kul med matte och det är egentligen så här det borde se ut, som i projektet.

### *Reflekterande*

Vad var det jag missade? Gick igenom igen och då såg jag vad det var. Man lär sig mer då man läser igen. Jag såg alternativa lösningar hemma och tänkte varför gjorde jag inte så här?

Det är både positivt och negativt.

Jag har tittat på frågorna som du ställt i efterhand och kommit underfund med att jag inte har full koll och full kunskap.

Jag kollade igenom det jag hade gjort – kunde se felet när jag tänkte. Jag funderade och kom på saker. Jag kollade i boken – för vi hade gjort liknande problem tidigare och då förstod jag min tanke som hade blivit fel. Jag hade inte ritat hela området och det blev hela uppgiften. Viktigt att skriva så att läraren förstår.

Tänkte förklara hur jag hade tänkt och tänkte först strukturera upp problemet i tre delar/hur min tanke var som jag hade men inte kunde på tentan. Jag kom inte vidare då.

Bra med hemtenta. Efter tentan funderar jag och analyserar. Vad gjorde jag? Det är bra att få fundera en gång till och utveckla sitt tänkande en bit till så att kunskapen sitter där.

Jag har svårt att släppa en tenta. Vid ”efterhemtentan” med kommentarer fick jag en ”push” att fortsätta tänka. Efter en tentavisning går man bara hem och lämnar uppgiften. Vid hemtentan får man en repetition - är tvungen att ta upp det igen.

Man skriver och under tiden kommer det nya tankar och jag får kladda. Jag sitter inte och grunnar om jag fastnar utan fortsätter med något annat och går sedan tillbaka. Får jag hålla på så sitter det.

Jag tänker – hur skall jag få ned det på ett bra sätt, jag kollar anteckningar. Jag lärde mig mycket på hemtentan – hur kunde jag göra en sådan här dum grej. Man får tänka mer. Hur kunde jag glömma detta? Tänka igenom en gång till är bra annars tar man ju bara sin tenta och skiter i den. Jag lärde mig att vissa regler skulle med – jag hade använt dom men inte tänkt på det. Jag tittade på vad jag skrivit från föreläsningarna.

Tänker på ett annat sätt. Tänker på vad det innebär.

Jag lär mig mest när jag sitter för mig själv och tänker – inte när någon annan pratar. Mikael's föreläsningar var bra.

Efter en tenta kan jag komma på att jag glömt bort något – något jag skulle ha gjort annorlunda – det händer alltid.

Om det är något man lär sig hemma? Ja, man kanske tänker på vad det innebär egentligen. Jag vet ju vad det är men svårt att få ned det på papper. Man gör ju det inte i vanliga fall. Man kan ju inte sitta och räkna om man inte kan – antingen kan jag eller så kan jag inte.

Jag sitter med uppgiften länge – ett par dagar ibland – och går och tänker – har jag missat något – och så går jag tillbaka. Jag tänker igenom på ett annat sätt när jag skriver, vad jag missat, kalkyler.

Läser först genom frågan, tittar djupare. Jag är inte van, behöver kunskap i alla steg. Tänker på ett annat sätt, inte stressad hemma, jag vill veta tankegångarna bakom. Jag gör inte så på tentan. Så det är svårare, men mer positivt.

#### *Förslag/tips*

Vissa har lätt att skriva – andra har svårare. I åk1 pushar man mycket på skrivandet men det lämnas sedan. Det skulle behövas mer skrivande/kommunikation, mer grupp och gruppdynamik.

En av de bättre kurserna detta.

Förslag: Låt oss lösa ett liknande problem. Kanske formulerat av studenten designat kursen bra.

Skrivandet i matte skulle komma tidigare – men man borde ha mer skrivande under studietiden. Det här är en bra chans man får. Jag har läst mer kontinuerligt under den här kursen.

Sätt samman tjejerna med en kvinnlig lär. Matten skrämmer iväg många tjejer. Det är skillnad mellan tjejer och killar. Tjejer vill förstå varför. Kvinnliga lärare går på en lägre nivå och manliga vill gå vidare. Tjejer ligger treår efter i mognad beträffande tekniskt och matematiskt tänkande.

Det vore bra om läraren upplyser hur han vill att det skall se ut. Det vore en fördel att få mer hjälp hur man skall skriva. En matematisk skrivskola kanske. Mer diskussioner om hur man löser problem och inte så mycket räkning. Mer tid att se på matematiken.