

# **Pedagogisk utvecklingsarbete i matematik vid ingenjör- utbildningar i Sverige**

**Anders Tengstrand,  
Växjö universitet**



**Nylng**

Rapport nr 13

## **Innehåll**

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Bakgrund</b> .....                                       | <b>1</b>  |
| <b>En översikt</b> .....                                    | <b>1</b>  |
| <b>Inledning</b> .....                                      | <b>1</b>  |
| <b>Övergången mellan gymnasium och högskola</b> .....       | <b>2</b>  |
| <b>Matematikstudier med ökat studentansvar</b> .....        | <b>3</b>  |
| <b>Examinationsformer</b> .....                             | <b>4</b>  |
| <b>Samverkan mellan matematik och ingenjörsmännen</b> ..... | <b>5</b>  |
| <b>Datorstödd undervisning</b> .....                        | <b>5</b>  |
| <b>Pedagogiska stödfunktioner</b> .....                     | <b>6</b>  |
| <b>Särskilda åtgärder för att rekrytera flickor</b> .....   | <b>7</b>  |
| <b>En genomgång av de olika lärosätenas aktivitet</b> ..... | <b>8</b>  |
| <b>Chalmers tekniska högskola</b> .....                     | <b>8</b>  |
| <b>Högskolan i Borås</b> .....                              | <b>9</b>  |
| <b>Högskolan i Dalarna</b> .....                            | <b>9</b>  |
| <b>Högskolan i Gävle/Sandviken</b> .....                    | <b>10</b> |
| <b>Högskolan i Halmstad</b> .....                           | <b>10</b> |
| <b>Högskolan i Jönköping</b> .....                          | <b>11</b> |
| <b>Högskolan i Kalmar</b> .....                             | <b>12</b> |
| <b>Högskolan i Karlskrona/Ronneby</b> .....                 | <b>12</b> |
| <b>Högskolan i Skövde</b> .....                             | <b>13</b> |
| <b>Karlstad Universitet</b> .....                           | <b>13</b> |
| <b>Kungliga tekniska högskolan</b> .....                    | <b>14</b> |
| <b>Linköpings universitet</b> .....                         | <b>16</b> |
| <b>Luleå tekniska universitet</b> .....                     | <b>17</b> |
| <b>Lunds universitet</b> .....                              | <b>18</b> |
| <b>Malmö högskola</b> .....                                 | <b>19</b> |
| <b>Mitthögskolan</b> .....                                  | <b>20</b> |
| <b>Mälardalens högskola</b> .....                           | <b>21</b> |
| <b>Umeå Universitet</b> .....                               | <b>22</b> |
| <b>Uppsala universitet</b> .....                            | <b>23</b> |
| <b>Växjö universitet</b>                                    |           |

# **Pedagogiskt utvecklingsarbete i matematik vid ingenjörsutbildningar i Sverige**

Anders Tengstrand, Växjö universitet

## **1. Bakgrund**

I mars 1998 fick Tomas Larfeldt i uppgift av Nying att göra en kartläggning av pedagogiska förnyelsearbeten inom matematikundervisningen på landets ingenjörsutbildningar. Arbetet på påbörjades under vårterminen 1998 men måste avbrytas i början av höstterminen på grund av sjukdom. I mitten av höstterminen kunde undertecknad ta över och komplettera materialet. Totalt har ca 25 intervjuer gjorts med representanter för 20 universitet och högskolor.

Det måste emellertid påpekas att den sammanställning som gjorts helt står för undertecknad. Den gör inte anspråk på att vara komplett och i de exempel som beskrivs kan det finnas ofullständigheter, felaktigheter och missuppfattningar. Min förhoppning är emellertid att grundidéerna är rätt uppfattade och för att få närmare detaljer kan den intresserade ta kontakt med angivna personer.

## **2. En översikt**

### **2.1 Inledning**

Matematikundervisning har alltid diskuterats. Matematiken är till sin natur abstrakt. Den behandlar generella teorier om generella begrepp och teorierna har en stark logisk struktur. Samma matematiska teori visar sig ofta ha tillämpningar inom till synes helt olika områden. Det matematiska formelspråket ger möjligheter att framställa komplicerade sammanhang i starkt koncentrerad form. Matematiken har därför blivit ett effektivt språk för att beskriva naturvetenskap och teknik.

En ingenjör måste alltså behärska grundläggande matematik. Det kan emellertid vara svårt att skapa förståelse för matematiska sammanhang utan konkreta tillämpningar samtidigt som dessa ofta beskrivs med matematik. Detta dilemma är ett klassiskt pedagogisk problem, som matematiklärare alltid brottats med och som man har löst på olika sätt. Pedagogiken har emellertid av olika skäl fått förnyad aktualitet i dagens matematikundervisning på högskolenivå. Nya tekniska hjälpmedel kan innebära att gamla sätt att motivera studenterna inte längre är relevanta. Ny teknik kan också innebära att undervisningen bör fokuseras mot andra områden än tidigare. En ny gymnasieskola kan ha förändrat studenternas syn på matematiken och nya studerandegrupper ställer andra pedagogiska krav. I den allmänna högskoledebatten betonas alltmer vikten av att studenterna tar eget ansvar för sina studier samtidigt som högskolan måste ta emot fler studenter inom oförändrade ekonomiska ramar

Idag är övergången mellan gymnasium och högskola föremål för en intensiv diskussion inte minst bland matematiklärare. I samband med den allmänna högskoledebatten har undervisnings- och examinationsformer ifrågasatts. Hur organiserar man undervisningen så

att studenterna blir mer aktiva? Är den traditionella skriftliga tentamen den enda examinationsform som är relevant för att kontrollera matematiska färdigheter och matematisk förståelse? Hur påverkas matematikundervisningen av utvecklingen inom datorområdet med en rad nya matematiska programvaror?

Det är glädjande att kunna konstatera att det vid alla högskolor, som vi har varit kontakt med, finns en vilja till förnyelse samtidigt som man naturligtvis vill slå vakt om det positiva i den traditionella uppläggnings av matematikundervisningen. Man anser t ex att det är viktigt att framhålla matematikens egen struktur och dess generella karaktär. Men trots viljan till förnyelse återstår många problem. Vid KTH har Sören Törnqvist och Gunnel Roman gjort en intervjuundersökning av hur några kvinnliga studenter uppfattar sin psykosociala miljö. De flesta trivs bra med sin situation. Det är framför allt studentmiljön som upplevs positivt. När det gäller undervisningsmiljön finns några negativa synpunkter som förmodligen delas av ett stort antal studenter vid många högskolor. Exempel på sådana synpunkter är följande:

- Undervisningsgrupperna är för stora.
- Det är för mycket teori och för litet valmöjligheter under de första åren.
- Många lärare upplevs som opedagogiska.
- Tempot är för hårt och man känner sig sällan i fas med undervisningen.

En av de intervjuade lärarna från Högskolan i Kristianstad, där man söker nya lärare till ingenjörsutbildningarna, uttrycker sig ungefär på följande sätt:

Vi behöver lärare som kan få till stånd en dialog med studenterna, som kan ankyta matematikundervisningen till tillämpningarna och som kan utnyttja datorerna i undervisningen.

Dessa båda opinionsyttringar beskriver några av de problem som matematikundervisningen brottas med och som man arbetat med att lösa inom olika högskoleenheter. I föreliggande inventering kan man skönja följande fem huvudområden för det pedagogiskt förnyelsearbetet:

- Övergången högskola - gymnasium
- Matematikstudier med ökat studentansvar
- Samverkan mellan matematik och ingenjörämnen
- Alternativa examinationsformer
- Datorstödd undervisning

Vidare har behovet av pedagogiska stödfunktioner tagits upp.

Det kan tilläggas att dessutom gjorts ett antal försök att öka rekryteringen av kvinnliga studenter till tekniska högskoleutbildningar. Många gånger har dessa försök också fått konsekvenser för matematikundervisningen.

## 2.2 Övergången mellan gymnasium och högskola

Under de två senaste åren har de varit en intensiv debatt kring studenternas matematiska förkunskaper. En förändrad gymnasieskola kombinerat med en ökning av studentantalet har inneburit en ny situation för högskolans matematiklärare. Många högskolor har själva tagit kontakt med gymnasieskolan för ömsesidigt informationsutbyte. Ofta har man startat årligen återkommande överläggningar mellan högskolans och gymnasieskolans matematiklärare.

De flesta högskolor ger och har sedan länge givit en introduktionskurs där man under någon eller några veckor repeterar gymnasieskolans matematikkurs. Man har också låtit studenterna genomgå någon form av förkunskapsprov. Vid Umeå universitet har man under läsåret 1997/98

gjort ett ambitiöst arbete med att utforma ett förkunskapsprov i samarbete med bl a gymnasielärare. Detta prov användes under höstterminen 1998 av ett antal högskolor i landet och resultaten på detta ingår i en nationell undersökning som Högskoleverket gör.

Vid en del högskolor har man genom speciella åtgärder velat fästa studenternas uppmärksamhet på betydelsen av att behärska de delar av gymnasiekursen som är av betydelse för högskolestudier. Efter den inledande repetitionskurser ges olika former av test på gymnasiematematiken och goda resultat på dessa ger bonus på någon eller några ordinarie tentamina. Vid Dalarnas högskola ingår repetition av gymnasiekursen tillsammans med inledande delar av högskolematematiken som poänggivande del i en kurs som kallas Ingenjörens verktyg.

I detta sammanhang är det också viktigt att påpeka betydelsen av de naturvetenskapliga och tekniska basåren. Genom dessa får matematiklärare vid högskolan en kännedom om gymnasiets kursplaner och de kunskaper man kan förvänta sig av elever från gymnasiet. I samband med undervisningen på dessa kurser har det också gjorts betydelsefullt pedagogiskt förnyelsearbete.

Högskoleverket har tillsatt en bedömargrupp för att göra en analys av de problem som är förknippade med övergången från gymnasium till högskola samt ta fram förslag till åtgärder. Gruppen leds av professor Torbjörn Hedberg och består av matematiklärare från både högskola och gymnasium samt studenter. I analysen ingår bl a en uppföljning av resultaten på det förkunskapsprov som konstruerats vid Umeå universitet. Handläggare på Högskoleverket är Lars Brandell (Lars.Brandell@hvs.se).

Problematiken med studenternas förkunskaper har också tagits upp i en rapport av Bengt Johansson *Förkunskapsproblem i matematik?* som gjorts på uppdrag av Skolverket. Den finns på Internet under adressen <http://www.skolverket.se/a/abe.html>.

### 2.3 Matematikstudier med ökat studentansvar

Övergången från gymnasiestudier till universitetsstudier innebär i många avseenden en stor förändring för studenten, som själv måste ta mer ansvar för sin utbildning. En viktig del av högskolestudierna är ”att lära sig att lära sig” och denna del tillmäts allt större betydelse. Lärarrollen förändras. Lärarens uppgift blir mer handledarens än föreläsarens och studenten måste i större utsträckning än förut lära sig söka kunskap istället för att få den serverad. Detta kan innebära problem när studentpopulationen breddas och antalet studieovana nybörjare ökar. Det blir allt viktigare att skapa goda kontakter mellan lärare och studenter. Läraren måste få möjlighet att lyssna till den enskilde studenten och den enskilde studentens anonymitet måste brytas.

Många högskolor har på ett systematiskt sätt arbetat med att ändra undervisningen så att studenterna aktiveras. Vid Luleå tekniska universitet experimenterade man tidigt med arbete i smågrupper. Matematikprojektet vid Chalmers 1992-93 var ett annat försök att arbeta med nya undervisningsformer. Läsåret 1997-98 inleddes ett projekt vid matematiska institutionen vid Uppsala universitet för att med minskade resurser ändra undervisningsformerna med syfte att åstadkomma mer ”studerande” och mindre ”undervisande”. Det stora projekt som genomförts vid Mälardalens högskola kallas just *Matematik med ökat studentansvar och ny lärarroll*.

En konsekvent tillämpning av idéerna om ”studerande” istället för ”undervisande” är den undervisningsmodell som går under namnet Problembaserat lärande (PBL) och som bland annat bedrivs på IT-programmet vid Linköpings universitet och D++-programmet vid Chalmers tekniska högskola. Dessa program innehåller båda grundläggande matematik och modellens grundprinciper tillämpas om än i något modifierade former också på matematikkurser.

De undervisningsmodeller som nämnts ovan bygger i olika utsträckning på att studenter arbetar i mindre grupper med en handledare. Ett annat gemensamt drag är att föreläsningens verksamhet tonas ner. I föreläsningarna ges inte längre heltäckande genomgångar av stoffet. Istället utnyttjas föreläsningarna för att introducera begrepp och teorier eller för att ge sammanfattningar och översikter. Det finns, utöver de nämnda, ett antal undervisningsmodeller vid olika universitet och högskolor som helt eller delvis bygger på dessa principer.

Andra sätt att minska studenternas anonymitet är att organisera undervisningen så att en rimligt stor studentgrupp (ca 30 studenter) har en erfaren lärare som ”sin”. Detta har genomförts vid KTH men också vid flera mindre högskolor. Vid Högskolan i Borås kombineras en sådan modell med ett system med diagnostiska tester genom vilket studenterna kontinuerligt kan kontrollera om de förstått de grundläggande begreppen.

Ytterligare ett sätt att utnyttja studenterna som resurs är att begagna sig av ett mentorssystem liknande det som används vid Lunds tekniska högskola.

## 2.4 Examinationsformer

Examinationen styr studenternas sätt att arbeta. Om man vill ändra deras attityder till studier i allmänhet och till studier i matematik i synnerhet så är det nödvändigt att ändra examinationsformerna. Examinationen bör och kan också utnyttjas som en del av inläringen. Det har därför blivit naturligt att överväga olika former av kontinuerlig examination åtminstone som komplement till en mer sammanfattande tentamen.

De flesta matematikkurser vid landets universitet och högskolor examineras genom en skriftlig sluttentamen med ett antal problem. Men det blir allt vanligare att det traditionella slutprovet kombineras med andra examinationsformer bl a förekommer olika former av muntlig examination.

Vid många lärosäten använder man sig av olika typer av inlämningsuppgifter och det gäller speciellt för de undervisningsmodeller som bygger på grupparbete. Ibland utgör inlämningsuppgifterna en obligatorisk del av examinationen ibland är de frivilliga men ger bonus på sluttentamen. Många gånger läggs mycket stor vikt vid redovisningarna, som kan vara både skriftliga och muntliga. Man vill därmed betona betydelsen av att kunna skriva och tala matematik. Ett exempel är det projekt som genomförts vid Växjö universitet och som kallas *Nya examinationsformer för att förbättra studentens kommunikationsförmåga och kreativitet i matematik och datalogi*.

Matematikkurser där man examinerar utan traditionellt slutprov ligger i de flesta fall på högre årskurser där examinationen kan ske genom någon form av projektarbete eller genom uppsatser. Vid Linköpings universitet, Campus Norrköping, har man använt sig av en modell där varje student på den grundläggande analyskursen skall genomgå fyra olika examinationsformer men där ingen av dessa är en traditionell problemlösningskrivning. En princip som tillämpas ibland är att redovisade inlämningsuppgifter och/eller goda resultat på sk ”duggor ” räcker för att bli godkänd på kursen men där det för högre betyg krävs en vanlig tentamen.

## 2.5 Samverkan mellan matematik och ingenjörssämnen

Studenterna på ingenjör- och civilingenjörsprogrammen har i regel inte valt studieinriktning för att läsa matematik. Men matematiken är ett språk som de måste behärska. Därför inleds de flesta programmen med ett block matematik ibland i kombination med ett eller flera andra ämnen. Många studenter kan uppleva den första delen av sin utbildning som alltför "teoritung". Detta framkommer bl a i Sören Törnkvists och Gunnel Romans undersökning.

Ett sätt att öka motivationen hos studenterna under de inledande matematikkurserna kan vara att ge exempel och problem som har anknytning till den studieinriktning som de valt. Svårigheten är naturligtvis att studenterna i början av sin utbildning inte läst specialämnena eftersom de ofta kräver matematiska kunskaper. Men problemet är inte olösligt. Det finns flera exempel där matematikläraren tillsammans med lärare i andra ämnen konstruerat uppgifter som leder fram till icke triviala men överkomliga matematiska problemställningar. Detta gäller i hög grad de utbildningar som tillämpar problembaserat lärande men det tillämpas också av många lärare på de treåriga ingenjörsutbildningarna t ex vid KTH. Vid mindre enheter finns speciella förutsättningar för personkontakter mellan lärare i olika ämnen vilket många gånger leder till konkreta samarbetsprojekt. Vid t ex Malmö högskola, har det skett en stark samordning mellan matematikundervisningen och undervisningen i ett karaktärsämne. Delar av litteraturen är t ex gemensam.

Ett område där det är relativt lätt att motivera den matematiska teorin utifrån tillämpningarna är Diskret matematik. Där kan problem från vardagslivet tas till utgångspunkt för diskussioner som leder fram till teorier som har såväl matematisk som datavetenskaplig relevans. Ett sådant arbetssätt tillämpas konsekvent bl a vid Mitthögskolan. På de program som använder problembaserat lärande verkar Diskret matematik vara det område där de är lättast att anpassa grundläggande matematikundervisning till den övergripande utbildningsfilosofin.

Att studenternas intresse är stort för sambanden mellan matematiken och dess tillämpningar visar ett försök som gjorts vid Högskolan i Gävle/Sandviken. Där avslutas varje vecka med en storföreläsning där föreläsaren genom lämpligt valda problem från någon eller några tillämpningar försöker sammanfatta veckans arbete och ge andra perspektiv på stoffet. Dessa föreläsningar är frivilliga men besöks av ca 80% av de ca 350 studenterna.

## 2.6 Datorstödd undervisning

Under 90-talet har matematiska programvaror som Mathematica, Matlab och Maple blivit allt vanligare. Någon av dem användes på något sätt i matematikundervisningen vid samtliga universitet och högskolor som ingår i undersökningen. Man kan ha utarbetat särskilda kurser som vid KTH, Kista och vid Mitthögskolan eller konstruerat datorlaborationer för de vanliga kurserna eller gjort inlämningsuppgifterna sådana att det är nödvändigt att använda sig av datorer.



De flesta matematiklärare anser att det är viktigt att studenterna får en orientering om matematiska programvaror och deras effektivitet. Men datorn ses inte i första hand som ett räknehjälpmiddel utan som ett hjälpmedel för att öka förståelsen för de matematiska begreppen. Man utnyttjar bl a de möjligheter till grafisk framställning som programvarorna erbjuder. Vid ingenjörsutbildningarna på Chalmers utnyttjar man också akustiska och dynamiska effekter för att stärka inläringen.

Datorn är emellertid inte ett hjälpmedel som genomsyrar undervisningen. De flesta lärare anser, kanske med rätta, att förståelsen blir bättre om huvuddelen av undervisningen ägnas åt matematik med "papper och penna". Men praktiska svårigheter lägger också hinder i vägen. Det kan vara svårt att få tillgång till lektionssalar med datorer. Många lärare har inte tillräckliga kunskaper om programvarorna och har inte tid att sätta sig in i dem. De som behärskar programmen är i regel eldsjälur som ägnat sin fritid åt att utforska datorns möjligheter. Det verkar också vara relativt sällsynt att man använder sig av datorn i föreläsningssituationen för att illustrera och motivera matematiska teorier. Detta beror förmodligen också på rent praktiska svårigheter. Det förberedelsearbete som krävs för att få tekniken att fungera står inte i proportion till den pedagogiska vinsten. Vid Malmö högskola har man inrett föreläsningssalar så att det är enkelt att göra dator demonstrationer och där användes denna möjlighet på ett naturligt sätt.

Det finns emellertid exempel på mer radikala försök att integrera datorn i matematikundervisningen. Försök att bygga undervisningen på någon av de grundläggande kurserna kring Mathematica har gjorts vid Mitthögskolan och Högskolan i Kalmar. Vid Högskolan i Jönköping har två kurser, en i Diskret matematik och en i Kodningsteori, byggts upp kring samma programvara. Högskolan i Halmstad ger ett ingenjörsprogram i form av en arbetsmarknadsutbildning. Där har varje student kunnat få tillgång till en bärbar dator och Mathematica kan kontinuerligt användas i matematikundervisningen. Verksamheten pågår och skall utvärderas.

Det blir allt vanligare att man använder sig av de möjligheter som Internet erbjuder för att lägga ut kursinformation m m. Man utnyttjar allt mer e-post för att kommunicera med studenterna. Detta har konsekvent genomförts vid två kurser på Lunds tekniska högskola där schema, inlämningsuppgifter, datorlaborationer m m finns på nätet. Man har där också skapat länkar till "matematiska" hemsidor. Mitthögskolan ger en kurs i Diskret matematik som samtidigt riktar sig till programstudenter och distansstudenter. I den utnyttjas systematiskt konferenssystemet First Class. En annorlunda användning av Internet planeras vid Högskolan i Karlskrona/Ronneby. Studenterna skall på webben få tillgång till ett tecknat "skådespel" där studenter och lärare för en dialog om matematik. Studenter ställer frågor och läraren svarar. På det viset kan t ex vanliga fel tas upp till behandling på ett levande sätt.

Den 10-11 september 1998 arrangerade Högskoleverket en konferens *Datorstödd eller datorstörd undervisning?* Konferensen ägde rum i Sigtuna och en rapport om den utkommer inom kort.

Ansvarig för rapporten är Christer Bergsten, Linköpings universitet (chber@mai.liu.se).

## 2.7 Pedagogiska stödfunktioner

Pedagogiska frågor kommer förmodligen att spela en allt större roll i all högskoloutbildning. Den aktivitet som noterats när det gäller pedagogiskt nytänkande på olika matematikinstitutioner visar att det där finns ett starkt pedagogiskt intresse och en pedagogisk debatt. Det är en viktig grundförutsättning för ett reformarbete. Men genomförandet av pedagogiska idéer kräver ofta särskilt stöd. Stödet kan vara ekonomiskt. Några av de projekt som redovisas i denna undersökning har finansierats av Grundutbildningsrådet, andra har finansierats av den egna högskolan. Några har bedrivits ideellt inom de ordinarie kostnadsramarna. Men för att de enskilda satsningarna skall bli uthålliga och inte dö ut när den första entusiasmen lagt sig krävs insatser. Kontinuerliga utvärderingar måste göras och eventuella förändringar måste diskuteras och förankras i organisationen. Nya lärare måste utbildas så att de förstår de bärande idéerna bakom utbildningsmodellerna. Någon gång måste kanske verksamheten omvärderas från grunden. Allt detta arbete tar tid och det är viktigt att institutionsledningen har förståelse för det.

Pedagogiska utvecklingsenheter kan vara en viktig resurs för att stödja pedagogisk debatt och för att initiera och utveckla pedagogiskt försöksverksamhet. Vid de större universiteten och högskolorna har man i regel en sådan enhet. I många fall har dessa engagerat sig för att förändra och förbättra matematikundervisningen. Vid Chalmers tekniska högskola har Centrum för pedagogisk utveckling sina lokaler i samma hus som Matematiska institutionen. Man har också försökt organisera verksamheten så att kontakten med ”verkstadsgolvet” garanteras. Detta har förmodligen haft stor betydelse och medverkat till att klimatet för pedagogiskt utvecklingsarbetet vid Chalmers är mycket gott. Vid Mälardalens högskola och vid KTH finns också pedagogiska eller didaktiska enheter som aktivt arbetat med frågor inom matematikundervisningen.

För att den pedagogiska debatten skall hållas vid liv och för att nya idéer skall tillföras krävs någon form organiserad verksamhet. Exempel på sådan är de regelbundna seminarier som ges vid Luleå tekniska universitet och vid Mälardalens högskola. Vid dessa diskuteras pedagogiska problemställningar inom matematikundervisningen. Matematiska institutionen vid Luleå tekniska universitet ges dessutom ut en tidskriftserie där man ofta tar upp högskolepedagogiska frågor.

Den viktigaste resursen för att skapa en väl fungerande undervisning och ett positivt pedagogiskt klimat är lärarna. De måste få möjligheter att inte bara utveckla sina ämneskunskaper utan att också få tillfälle till pedagogisk utbildning och utveckling. Vidare måste pedagogiska meriter jämföras med forskningsmeriter när det gäller tillsättning av t ex universitetslektorat. Också i dessa frågor kan pedagogiska enheter spela en stor roll. En åtgärd som kan nämnas i detta sammanhang är att det i varje tjänsteförslagsnämnd vid Chalmers ingår en pedagogiskt sakkunnig.

## 2.8 Särskilda åtgärder för att rekrytera flickor

En rad försök har gjorts för att rekrytera fler kvinnor till teknisk utbildning. Det har ofta fått konsekvenser för utformningen av matematikundervisningen. Vid några lärosäten ger man utbildningar som är öppna enbart för kvinnor. Sådana ges bl a vid Luleå tekniska

universitet, Växjö universitet och Högskolan i Karlskrona/Ronneby. I de båda senare fallen ansvarar EC-gruppen i Svängsta för utbildningen och en stor del av studenterna har varit kvinnor med arbetslivserfarenhet. I samtliga tre utbildningar har stor vikt lagts vid att befästa gymnasiekunskaperna i matematik. Kontaktperson vid utbildningen i Svängsta är Maria Dagermo (maria.dagermo@ec.se).

Inger Wistedt, som är docent i pedagogik vid Stockholms universitet, har utvärderat några av de satsningar som gjorts för öka rekryteringen kvinnor till naturvetenskapliga och tekniska utbildningar. Hon har genom bandade diskussioner mellan studenter och genom intervjuer med lärare och studenter analyserat studenternas förståelse för några centrala matematiska begrepp. Hon har också studerat skillnaderna mellan olika ämnens krav på t ex stringens. Resultaten finns bl a i följande rapporter:

Inger Wistedt, *Gender-inclusive Higher Education in Mathematics, Physics and Technology*. Högskoleverket 1996

Inger Wistedt, *Recruiting Female Students to Higher Education in Mathematics, Physics and Technology*. Högskoleverket 1998.

### 3. En genomgång av de olika lärosätenas aktivitet

Nedanstående sammanställning står helt för undertecknad. Den gör inte anspråk på att vara komplett och i de exempel som beskrivs kan det finnas ofullständigheter, felaktigheter och missuppfattningar. Min förhoppning är emellertid att grundidéerna är rätt uppfattade och för att få närmare detaljer kan den intresserade ta kontakt med angivna personer.

#### 3.1 Chalmers tekniska högskola

##### *Civilingenjörutbildningen*

Matematikundervisningen vid CTH är organiserad så att varje linje har en huvudlärare. Därigenom uppnås flexibilitet som ger upphov till variation i kursinnehåll, undervisning och examination. Under åren har genomförts en rad olika nya grepp inom matematikundervisningen. Nedan ges några exempel.

- Examination genom olika former inlämningsuppgifter.
- Matematikprojektet 1992-93 stöddes av Grundutbildningsrådet och genomfördes på M-, V- och Z-linjernas grundläggande matematikkurser. Projektet bygger på att självstudiegrupper om 4 studenter arbetar med veckouppgifter och varje vecka följer ungefär följande schema:
  - Introducerande föreläsning.
  - Enkla exempel på tavlan i samband med att veckouppgiften delas ut.
  - Handledning av smågrupper, kanske avbrutet med exempel på tavlan.
  - Fortsatt arbete i smågrupper utan lärare.
  - Gruppvisa redovisningar av veckouppgiften.
  - Sammanfattande föreläsning ("efterläsning").

Några av uppgifterna kan lösas med papper och penna, till andra krävs datorer.

- Inom den s k D++-linjen, vars utveckling stöddes av Grundutbildningsrådet, arbetade man i matematikurserna på det sätt som karakteriserade programutbildningen i övrigt. Studenterna arbetade i 8-mannagrupper, som har egna grupprum med skrivbord, datorer, tavlor m m. De fick instruktioner varje vecka och arbetade ofta med s k öppna uppgifter. Undervisningen bestod förutom av handledning av en föreläsning i veckan.
- På F-, M och K-linjerna har en numeriker huvudansvaret för ett s k "laborationsstråk".
- På högre fortsättningskurser sker examinationen ofta genom projekt.
- Utarbetade planer finns för att använda s k explorativt lärande inom kursen Variationskalkyl i Programmet för tillämpad matematik. Konkret innebär det att ge

studenterna möjligheter att upptäcka så mycket som möjligt själva, först på egen hand och därefter i grupper om fyra.

- Kurser har utvecklats där matematiken utvecklas från tillämpningarna och där man utgår från ett mer algoritmiskt tänkesätt.

Kontaktperson: Sven Järner (Jarner@math.chalmers.se).

Vid CTH finns också *Centrum för pedagogisk utveckling* som har sina lokaler i samma hus som Sektionen för matematik och datavetenskap. Till detta centrum finns ett pedagogiskt nätverk som i regel består av en person från varje sektion. I matematik består denna pedagogiska stödfunktion av två personer, Mats Martinsson och Carl-Henrik Fant. Båda har viss nedsättning för detta arbete.

Kontaktperson: Shirley Booth (shirley.booth@pedu.chalmers.se).

### *Ingenjörsutbildningen*

För att stärka förståelsen att de matematiska begreppen har ett antal datorlaborationer utarbetats. Det programpaket som används är Mathematica. I varje läsperiod ges två laborationer. Genom att utnyttja de akustiska möjligheter som finns i Mathematica har man kunnat åstadkomma effekter som stärker inläringen och förståelsen. Också dynamiska effekter utnyttjas i samma syfte. En kort och lättförståelig introduktion till Mathematica har utarbetats. Studenterna har genom en billig licens kunnat arbeta med Mathematica hemma.

Mer information kan fås av Johan Berglind (jbdz@ios.chalmers.se).

## **3.2 Högskolan i Borås**

Ett system med veckobrev har utarbetats. Varje brev innehåller väsentligen följande delar:

- En beskrivning av målen för veckans studier.
- Ett test med fem enklare problem (test på A-nivå).
- Ett test med fem svårare problem (test på B-nivå).
- Ett repetitionstest med fem blandade problem på tidigare veckors program.
- Svar till samtliga test.

Genom nära kontakter med gymnasieskolan har man tidigare haft god kännedom om studenternas förkunskaper. Under senare år har man emellertid noterat en förändring. Man planerar därför att mer systematiskt undersöka vilka matematikkunskaper studenterna har från gymnasiet och med det som utgångspunkt formulera och delge nybörjarna de förkunskaper som högskolan förutsätter.

Kontaktperson: Rolf Gustafsson (Rolf.Gustafsson@hb.se).

## **3.3 Högskolan Dalarna**

- Undervisningen på de grundläggande matematikkurserna är traditionell.

- För de blivande civilingenjörerna ges en 5 poängskurs i Numeriska metoder där Matlab användes i mycket stor utsträckning. Den är mycket uppskattad av studenterna.
- På ingenjörsutbildningen ges en 3 poängskurs i Numeriska metoder som är uppbyggd kring laborationer. Man har utvecklat ett eget material och använder Derive och räknedor. Kursen skall utökas till 5 poäng.
- I en grundkurs på 5 poäng som kallas Ingenjörens verktyg ingår en s k ”bryggkurs” i matematik på en poäng. Den innehåller både en repetition av gymnasiekursen och nya moment. Kursen tenteras genom ”duggor”.

Kontaktperson: Lars-Olof Sundström (los@du.se).

### 3.4 Högskolan i Gävle/Sandviken

Man har nyligen organiserat om matematiken på ingenjörstudningarna i ett basblock på 15 poäng bestående av tre 5-poängskurser och varje 5-poängskurs läses under en läsperiod. Vidare finns ett antal valbara kurser. Nedan följer några av de pedagogiska idéer som genomförts i samband med omläggningen.

- Varje 5-poängskurs i basblocket examineras genom traditionell skrivning (4p) och genom inlämningsuppgifter (1p).
- Under varje läsperiod ges 1-2 inlämningsuppgifter. Målet är att formulera problem som är relevanta för den aktuella ingenjörinriktningen. Studenterna arbetar i grupper om 4-6 personer. Uppgifterna redovisas muntligt och skriftligt. Bristfälliga rapporter returneras till studenterna som får omarbeta dem till dess de blir godkända.
- Varje vecka avslutas med en storföreläsning som ges av en lärare som normalt inte undervisar på kursen. Genom lämpligt valda problem från någon eller några tillämpningar försöker föreläsaren sammanfatta veckans arbete och ge andra perspektiv på stoffet. Dessa föreläsningar är frivilliga och mycket välbesökta (ca 80% av ca 350 studenter).
- Som stöd för begreppsbyggnaden har ett antal Maple-laborationer utarbetats. Dessa är än så länge frivilliga. Studenterna får i stor utsträckning klara sig själva med hjälp av ett kompendium som institutionen utarbetat. Maple kan också med fördel användas för att lösa vissa inlämningsuppgifter.
- Förutom kurserna på basblocket väljer studenterna minst två s k 2.5 poängmoduler ur en lista på kortare matematikkurser. Valen styrs delvis av ingenjörsprogrammens inriktning.

Kontaktperson: Mirco Radic (mrc@hig.se).

### 3.5 Högskolan i Halmstad

- Läromedelsproduktion med studentmedverkan  
Ett utbildningsprogram med inriktning på teknisk biologi innehåller 25-30 poäng matematik. För dessa matematikkurser har startats en läromedelsproduktion där studenterna bidrar aktivt. Lärarna skriver ett koncept, som granskas av en grupp studenter varefter det går tillbaka till lärarna osv. Ett arbetsmaterial finns framme i Linjär algebra.
- Mathematica integrerad i undervisningen på grundläggande kurser.  
Högskolan i Halmstad ger en ingenjörsutbildning som en form av arbetsmarknadsutbildning för personal från F16. Varje deltagare har tillgång till en bärbar dator och på det sättet kan Mathematica kontinuerligt användas som arbetsredskap i matematikundervisningen. Verksamheten pågår och skall utvärderas.
- Problemkurs  
Denna kurs ges för närvarande för gymnasielärare men planer finns att också ge den på ingenjörsutbildningarna. Kursen är på 5 poäng och består av ett antal svårare problem (tankenötter) som studenterna skall lösa. Den ges på åttondelsfart under ett helt år och lösningar presenteras på seminarier som äger rum varje vecka.

Kontaktperson: Karl-Johan Bäckström (Karl-Johan.Backstrom@itn.hh.se).

### 3.6 Högskolan i Jönköping

- Kurser i Diskret matematik och Kodningsteori med hjälp av Mathematica.  
Dessa båda kurser har givits ett antal år. Man introducerar stegvis de datorhjälpmedel som finns i programpaketet Mathematica. På det viset har man kunnat lösa relativt realistiska och komplicerade problem.

Båda kurserna var till en början valfria på de treåriga elektro- och dataingenjörsprogrammen. De blev efter något år mycket populära och de flesta av studenterna läste kurserna. Nu är Diskret matematik obligatorisk och eventuellt kommer Kodningsteori också att bli det.

Närmare beskrivning av kurserna ges i rapporten från konferensen *Datorstödd eller datorstörd matematik undervisning?* i Sigtuna 10-11 september 1998.

- Projektorienterat arbetssätt i de inledande matematikkurserna  
I de båda inledande matematikkurserna, Grundläggande linjär algebra och Analys, användes ett arbetssätt som kan karakteriseras på följande sätt:
  - Varje arbetspass inledes med en kort introduktion.
  - Studenterna arbetar med problem i grupper om fyra.
  - Antalet problem är två per vecka.
  - Problemen är vanliga tentamensproblem.
  - Varje arbetspass avslutas med en sammanfattning och resumé.
  - Godkända lösningar ger bonus på den avslutande skrivningen.

Erfarenheterna är goda. Studenternas totala arbetsinsats blir större än med traditionell undervisning och genomströmningen ökar markant. Endast ett litet fåtal klarar sig med hjälp av bonus.

- Projektinriktad matematikkurs med koppling till småföretag.  
Med hänsyn till profilen på Högskolan i Jönköping har planer utarbetats för en projektorienterad matematikkurs där problemen skall hämtas från småföretag i regionen.

Kontaktperson: Kenneth Hulth (huke@ing.hj.se).

### **3.7 Högskolan i Kalmar**

Höstterminen 1996, i samband med starten av en ny ingenjörsutbildning, Miljöenergi-programmet, gjordes ett försök att förändra matematikutbildningen. Datorövningar infördes som ett komplement till den traditionella undervisningen och ersatte delvis de vanliga räkneövningarna. De kom att omfatta ca en tredjedel av undervisningstiden. Den programvara som användes var Maple. Datorn användes bl a till att illustrera funktioner och till att lösa problem som kräver omfattande räkningar. Fokus låg mer på problemlösning än på ren räknefärdighet. Utan att gräva ner sig i detaljer kunde man t ex studera integration av komplicerade funktioner och studenterna fick på det viset en känsla för sambanden mellan elementära funktioner. Försöket omfattade ca 20 studenter.

Försöket upprepades året efter men eftersom antalet studenter fördubblades måste av praktiska skäl datoranvändningen minska och undervisningen måste styras hårdare. Hösten 1998 utvidgades försöket till att omfatta flera utbildningsprogram och omfattade då totalt ca 130 studenter. Fler lärare måste involveras i undervisningen. Eftersom tillgången till datorer är begränsad måste antalet datorövningar minska ytterligare. I kursvärderingarna, som tidigare varit entydigt positiva, fanns detta året också negativ kritik.

Kontaktperson: Bengt Löfstrand (bengt.lofstrand@te.hik.se).



### 3.8 Högskolan i Karlskrona/Ronneby

- Föreläsningar och övningar med studentaktiviteter  
I en fempoängskurs i analys har undervisningen bedrivits på följande sätt:
  - Föreläsningarna inleds med en genomgång varefter studenterna får ett antal problem att fundera på enskilt eller i grupp. Föreläsningen avslutas med en diskussion av problemen och en sammanfattning.
  - En typ av övningarna inleds med att övningsledaren löser ett antal problem på tavlan. Därefter får studenterna uppgifter som de arbetar med i smågrupper.
  - Vid en annan typ av övningar löser studenterna problem enskilt med tillgång till handledare.

En beskrivning av försöket och en utvärdering finns i uppsatsen  
Eva Petterson, *Utveckling av grundkurs i matematik del 1 Analys ur pedagogisk synvinkel*.

Mer information fås av Eva Petterson (Eva.Pettersson@imt.hk-r.se)

- ”Kritisk matematik”  
Projektet har just skisserats och utvecklingsarbetet har börjat. Ett verktyg för Internet skall skapas och det skall bl a innehålla följande:
  - Ett ”skådespel” skrivs där studenter och lärare för en dialog om matematik. Studenter ställer frågor och läraren svarar. På det viset kan vanliga fel tas upp till behandling på ett levande sätt. I dialogen aktualiseras också gymnasierpetition (som genom interaktiviteten kan hoppas över). Dialogen konstrueras med utgångspunkt från diskussioner med studenter. Dialogformen bör kunna göra matematikkulturen synlig för studenterna och den förväntas speciellt öka ämneskunskapernas åtkomlighet för kvinnliga studenter.
  - Studenten får instruktioner hur man läser en matematisk text genom att sidor ur en matematisk lärobok kommenteras.
  - Instruktioner och diskussioner skall byggas in i en tecknad film som inte bara kommer att innehålla matematik utan också bilder och samtal från studentens vardag.

Mer information fås av Håkan Lennerstad (Hakan.Lennerstad@itk.hk-r.se).

### 3.9 Högskolan i Skövde

- Den traditionella undervisningen kompletteras oftast med inlämningsuppgifter. I arbetet med dessa har olika former prövats. Studenterna har ibland arbetat enskilt, ibland i grupp. Redovisningarna har varit skriftliga och/eller muntliga. Uppgifterna har varit poängsatta eller givit bonus på skrivningen eller varit frivilliga.
- I de flesta kurser finns laborativa inslag. Målsättningen är att ha laborationer i varje kurs.
- Under höstterminen 1997 gjorde ett försök med mindre undervisningsgrupp. Arbetet finns redovisat i följande rapport:  
Hans Johansson, *Matematikprojekt vid Högskolan i Skövde, höstterminen 1997; Försök med mindre undervisningsgrupp.*

Kontaktperson: Kerstin Pettersson (Kerstin@inv.his.se)

### 3.10 Karlstad Universitet

- En del av examinationen på vissa grundläggande kurser sker med inlämningsuppgifter. Arbetet sker i grupper och varje grupp består av fyra studenter. Stor vikt läggs vid redovisningarna som är både muntliga och skriftliga. Uppgifterna är utformade så att de inte kräver så mycket handledning och så att de kan rättas under den muntliga redovisningen. Gruppsammansättningen ändras under kursens gång.

Mer information kan fås av Stefan Löfwall (Stefan.Lofwall@hks.se)

- Under 1997/98 gjordes ett försök med mentorer dvs äldre studenter som handledde yngre. Försöket var inspirerat av den s k SI-metoden som används i Lund. Erfarenheterna av försöket var blandade.

Mer information kan fås av Håkan Franklin (Hakan.Franklin@hks.se)

### 3.11 Kungliga tekniska högskolan

#### *Civilingenjörsutbildningen*

För något år sedan infördes följande förändringar:

- Den schemalagda undervisningen minskades för att ge studenterna ökade möjligheter till självstudier och därigenom stärka studenternas eget ansvar för utbildningen.
- För att ge varje student möjligheter att få god kontakt med en fast anställd lärare (lektor eller adjunkt) har man minskat användandet av övningsassistenter och gått över till ett system med storföreläsningar (6 timmar per poäng) och lektionsundervisning i 30-

grupper (6 timmar per poäng). Varje 30-grupp leds av en fast anställd lärare (lektor eller adjunkt). Storföreläsningarna skall vara översiktliga och under hösten 1998 hålls en serie av en professor. Målet är att en professor skall arbeta på grundutbildningen varje år.

Mer information kan fås av studierektor Harald Lang (lang@math.kth.se)

- Under introduktionsveckan till första årets studier ges ett antal populärvetenskapliga föreläsningar i matematik. Studenterna får en av välja en av dessa.

Mer information kan fås av studierektor Harald Lang (lang@math.kth.se)

- På flera matematikkurser ingår inlämningsuppgifter med datorinslag. På de stora kurserna ingår 1-2 laborationer. Godkända inlämningsuppgifter ger bonus på motsvarande skrivning.

Mer information fås av Hans Tranberg (tranberg@math.kth.se)

- På en kurs i Diskret matematik ingår i examinationen en uppsats på 2 poäng.

Mer information kan fås av Kimmo Ericsson (kimmo@math.kth.se)

- En kurs i kombinatorik examineras genom en form av seminarier.

Mer information kan fås av Johan Karlander (johank@kth.se)

- En intervjuundersökning av de kvinnliga studenternas psykosociala miljö har utförts av Sören Törnkvist och Gunnel Roman på Avdelningen för ingenjörsvetenskapernas didaktik. Undersökningen omfattade 33 kvinnliga teknologer (23 på E-linjen och 10 på VoV-linjen). De flesta trivs bra med sin situation. Det är framför allt studentmiljön som upplevs positivt. När det gäller undervisningsmiljön finns några negativa inslag t ex följande:

- Undervisningsgrupperna är för stora.
- Det är för mycket teori och för litet valmöjligheter under de första åren.
- Många lärare upplevs som opedagogiska.
- Tempot är för hårt och man känner sig sällan i fas med undervisningen.

Det är viktigt att observera att undersökningen inte bara gäller ämnet matematik.

Resultaten redovisas i rapporten

Sören Törnkvist och Gunnel Roman, *Kvinnligt lärande på KTH*.

Den finns tillgänglig på Internet under adressen

<http://www-citu.nada.kth.se/didaktik/forskning>.

Mer information kan fås av Gunnel Roman (gunnel@math.kth.se), som delar sin tjänstgöring mellan Matematiska institutionen och Avdelningen för ingenjörsvetenskapernas didaktik.

## *Ingenjörsutbildningen*

- Inom *elektro- och dataingenjörsprogrammen* har man under första året en obligatorisk laborationskurs med ett antal datorlaborationer. Programvaran är Mathematica och laborationerna är utformade så att de anknyter både till de matematiska begrepp som går genom på de mer traditionella kurserna (Algebra och geometri, Analys, Diskret matematik och Matematisk statistik) och till mer ingenjörsmässiga områden (elektroteknik, konstruktionsteknik, energiberäkning). Examination görs genom skriftliga rapporter. Denna examinationsform upplevs för närvarande som otillräcklig och man vill skärpa kraven och införa en metod som används i kursen Matematiska metoder på årskurs 3 och som innebär individuell examination vid datorn. Härigenom skulle man också få incitament till kontinuerlig examination, som förmodligen skulle öka studenternas arbetsinsats och höja examinationsfrekvensen.

Skälet till att man införde en särskild laborationskurs var att studenternas arbetsinsats i tid skall motsvara det antal poäng som arbetsinsatsen innebär dvs. att studenten blir godkänd på laborationerna måste resultera i studiemedelsberättigade poäng och inte bara en notering, som medför poäng om och endast om tentamen blir godkänd.

Kontaktperson: Göran Andersson (goeran@isk.kth.se).

- På *maskiningenjörsprogrammen* samarbetar man med lärarna inom de tillämpade ämnena. Matematiken ses som ett verktyg men man vill ändå behålla den matematiska strukturen. Inlämningsuppgifter utarbetas i samråd med lärare i maskinämnen och är ofta inriktade mot mekanik. I många fall krävs datorhjälp för att lösa problemen och man använder Maple eller Matlab.

Vid KTH, Telge har man ibland använt Dunkels metod med grupparbeten som inleds och avslutas med gemensamma föreläsningar. Inom vissa valbara kurser har examinationen bestått av inlämningsuppgifter. För högre betyg (4 och 5) krävs emellertid en skriftlig tentamen.

Kontaktperson: Nils Magnusson (nmg@telge.kth.se).

På bygg- och kemiprogrammen samarbetar man också med lärare inom de tekniska ämnena men också här är man angelägen att framhålla den matematiska strukturen. Det har ibland inneburit att t ex en del av byggprofilen försvunnit. Inlämningsuppgifter och laborationer har utformats i samråd med de tillämpade ämnena. På byggprogrammet var t ex en laboration en geodesitillämpning. Programvaran som använd är Matlab (kemi) samt Derive och Excel (bygg).

Ibland har en del av examinationen bestått av inlämningsuppgifter där stor vikt lagts vid den skriftliga och muntliga redovisningen.

Kontaktperson: Lars-Yngve Blidh (yngve@haninge.kth.se).

### 3.12 Linköpings universitet

Ett antal pedagogiska försök har gjorts vid Linköpings universitet. Det mest radikala är inom IT-programmet där man tillämpar problembaserat lärande.

- Matematiken (12 poäng) på det *tekniska basåret* examineras delvis med inlämningsuppgifter, som görs både i grupp och individuellt. Varje grupp redovisar en uppgift individuellt. Inlämningsuppgifterna är poänggivande och omfattar 2 poäng. Innehållet i uppgifterna ligger ibland utanför kursen dvs på högskolenivå. Dåliga redovisningar kompletteras med muntliga förhör och mycket goda redovisningar ger bonus på den ordinarie tentamen.

Mer information fås av Maria Bjerneby-Häll (mahal@mai.liu.se).

- På civilingenjörsutbildningen ges en *inledande kurs* på tre veckor. Den avslutas med en kontrollskrivning som ger bonus på tentamen i analys. Det finns planer på att erbjuda de som misslyckas på kontrollskrivningen en repetitionskurs som eventuellt kan tillgodoräknas i examen.
- På kursen Linjär algebra i de treåriga ingenjörsutbildningarna skall man pröva en annan form examination. Under läsperioden kommer tre *duggor* att erbjudas och om man klarat dessa kan man bli godkänd. För de som är underkända och för de som vill ha överbetyg kommer en vanlig tentamen att ges.
- Undervisningen på *IT-programmet*, som är en civilingenjörsutbildning, bygger på problembaserat lärande (PBL). Det har visat sig svårt att tillgodogöra sig grundläggande matematiska färdigheter och kunskaper om man tillämpar PBL-metodiken fullt ut. Den kräver bl a stark samverkan mellan olika ämnen. Man har därför gått från integration till interaktion. Studenterna arbetar emellertid enligt PBL-principen i sk basgrupper som sammanträder två gånger i veckan. För matematikens del gäller följande:
  - Undervisningen består av föreläsningar och lektioner. Antalet lektioner är färre än i traditionell undervisning. Istället har lärarna jour ett antal timmar i veckan.

- På varje kurs formuleras ett antal sk *vinjetter* där problem formuleras som studenterna diskuterar. Grupperna författar en skriftlig rapport och målet med rapporten är att den skall förstås av förstaårsstudenter på civilingenjörsutbildningen. Den skall kunna användas som kursmaterial inför den traditionella skriftliga examinationen. Varje grupp skriver två rapporter per kurs.
- Vinjetterna formuleras tillsammans med lärare i fysik och de måste leda fram till icke triviala men överkomliga matematiska problemställningar.
- Studenterna väljer själva litteratur ur en lista med alternativa läromedel.
- Inom sista årskursen gör studenterna ett antal projekt som griper över flera ämnen. Detta ger personkontakter mellan handledarna/lärarna som senare kan utnyttjas i interaktionen mellan ämnena på mer grundläggande nivå.

Kontaktperson: Göran Forsling (gofor@mai.liu.se).

### *Campus Norrköping*

I en grupp på ca 30 studenter på ingenjörsutbildningens första år användes följande undervisnings- och examinationssystem:

- Studenterna delades in i sex grupper
- Den aktuella kursen delades in sex delar och varje del innehöll
  - en introducerande översiktsföreläsning på 45 minuter
  - skriftliga inlämningsuppgifter med muntliga presentationer och diskussioner
  - skriftlig rapport från och muntlig redovisning varje grupp. Rapporten kunde innehålla ett teoretiskt problem, problemlösning med eller utan dator eller sökning och presentation av någon matematisk teori
  - muntlig grupp tentamen inför samtliga studenter på kursen
  - en sammanfattande föreläsning.
- Varje student skulle
  - göra en muntlig presentation
  - delta i arbetet med sex skriftliga rapporter
  - göra sex individuella inlämningsuppgifter
  - ha en muntlig grupp tentamen
  - delta vid alla muntliga presentationer och i alla diskussioner.
- De studenter som godkändes på ovanstående moment godkändes också på kursen. Ingen traditionell skrivning gavs.  
För högre betyg gjordes speciell examination.

Ett projekt om datorstöd för begreppsbyggnad i matematik har genomförts. Projektet finansierades av Grundutbildningsrådet och finns beskrivet i rapporten

Owe Kågesten, *Computer aided Formation of Conceptions in Mathematics for Engineering Education*.

Den finns tillgänglig på Internet under följande adress:

<http://www.hgur.se/general/projects/kogesten.htm>

Kontaktman: Owe Kågesten (oweka@itn.liu.se).

### 3.13 Luleå tekniska universitet

I Luleå har man länge experimenterat med olika undervisningsformer. Inspiratörer har varit Andrejs Dunkels och Gerd Brandell. Exempel på verksamheter är följande:

- Försök där föreläsningar och arbeten i smågrupper integrerats. En modell har innehållit
  - Föreläsning 45 min
  - Lektion/arbete i smågrupper: 2 gånger 45 min
  - Föreläsning: 45 min
- En kurs i matematisk modellering som är obligatorisk på civilingenjörsutbildningarna.
- Datorlaborationer ingår i flera kurser och Maple används under hela grundkursen i matematik på alla utbildningar.
- En kurs på högre nivå bygger helt på projektarbeten.
- Ett speciellt tvåårigt program för kvinnliga studenter. I denna ingår en matematikkurs som delvis hör hemma på tekniska basår och delvis på högskolenivå.
- En didaktisk seminarieserie för att stimulera den pedagogiska debatten bland lärare. Seminarierna äger rum en eller två gånger varje månad.
- En del av det pedagogiska arbetet finns dokumenterat i en tidskriftsserie "Didaktik och tillämpningar" (Meddelanden från Institutionen för matematik). Exempel på skrifter som behandlar högskolepedagogik är:

Gerd Brandell och Johan Lundberg, *Föreläsningar och smågrupper. En studie av en pedagogisk försöksverksamhet*. (Volym 1. 1996. Nummer 1)

Gerd Brandell m fl, *Encouraging More Women into Computer Science: Initiating a Single-Sex Intervention Program in Sweden*. (Volym 3. 1998. Nummer 2).

Kontaktperson: Gerd Brandell (Gerd.Brandell@sm.luth.se).

### 3.14 Lunds universitet

På Lunds Tekniska Högskola har bl a följande försök ägt rum:

- Färdighetstest för nybörjare på civilingenjörsprogrammen  
Testen behandlar räknefärdighet inom gymnasiekursen samt de första veckornas matematik vid LTH, Endimensionell analys 1 alternativt Linjär algebra. Ungefär hälften av uppgifterna behandlar gymnasiekursen. Tillräckligt antal rätt ger bonus på den första tentamen.

Mer information fås av Lars-Christer Böiers (Studierektor@math.lth.se).

- Försök med äldre studenter som mentorer  
Äldre studenter fungerar som mentorer och handleder yngre enligt den s k SI-metoden. Försöket finns utförligt beskrivet i  
Leif Bryngfors and Marita Bruzell-Nilsson , *An Experimental Project with the Method of Supplemental Instruction*, Lunds Tekniska Högskola och Matematisk Naturvetenskaplig Fakultet vid Lunds Universitet, 1997.

Mer information fås av Leif Bryngfors (Leif.Bryngfors@kansli.lth.se) eller Marita Bruzell Nilsson (Marita.Bruzell\_Nilsson@kanslimn.lu.se) och inom kort på LTH:s hemsida <http://www.lth.se>

- Examination med inlämningsuppgifter

För att få bättre genomströmningar och för att ge studenterna alternativa vägar genom kurserna har olika examinationsformer prövats med gott resultat på två kurser, Komplex analys och Lineär analys på D-linjen.

Examinationen på Komplex analys, som ligger i början på andra årskursen, har huvudsakligen skett med hjälp av ett relativt stort antal inlämningsuppgifter. Dessa har varit dels handräkningsövningar, dels uppgifter med anknytning till datorövningar, och det ställs krav även på presentationen av lösningarna. Det skriftliga provet består av en teoridel och en problemdel. Om inlämningsuppgifterna är godkända krävs endast att teoridelen är godkänd för betyget 3. Högre betyg ges på grundval av resultatet på problemdelen.

Ett liknande system används på den påföljande kursen Lineär analys på årskurs 2, men där är sluttentamen mer traditionell. De flesta inlämningsuppgifter är frivilliga men om samtliga är godkända ger det bonus på skrivningen. I denna kurs, vars innehåll utvecklades redan 1981, betonas sambandet mellan den matematiska teorin och tillämpningar.



I båda kurserna ingår som en viktig del ett antal obligatoriska datorlaborationer.

Kursinformation och en stor del av kursmaterialet finns på Internet under följande adress

<http://www.maths.lth.se/matematiklth/grundkurser/koala97/koala97.html>.

Mer information fås av Sven Spanne (Sven.Spanne@math.lth.se).

- **Datorövningar**

Ett antal datorlaborationer för olika kurser har utvecklats vid avdelningen. I huvudsak bygger de på Maple och Matlab. En översikt och en stor del av materialet är tillgängliga under adressen

<http://www.maths.lth.se/matematiklth/datorstodd/datorovn.html>

Mer information fås av Sven Spanne (Sven.Spanne@math.lth.se).

### **3.15 Malmö högskola**

Vid ingenjörsutbildningarna i Malmö förnyas matematikundervisningen genom samverkan med andra ämnen och genom utveckling av datoranvändningen. Exempel på sådana initiativ är följande:

- I olika program ingår en del som kallas Beräkningsmatematik och som omfattar 1 poäng. Momentet är en del av någon kurs på programmet. Förutom en introduktion till Matlab och några laborationer med matematiskt innehåll ingår en programspecifik del. I den behandlas med hjälp av dator matematiska problem med anknytning till programmets profilmråde. Problemen utarbetas ofta i samarbete med lärare i tillämpade ämnen.
- På Data- och elektronikprogrammet har undervisningen i matematik och teoretisk elektroteknik samordnats. Lärarna på de båda kurserna diskuterar kontinuerligt uppbyggnaden av undervisningen, man använder samma beteckningar och någon av läroböckerna är gemensam.
- I en del föreläsningssalar finns inbyggda möjligheter till demonstrationer med dator. Den traditionella föreläsningens verksamhet kan, utan praktiska svårigheter, kompletteras med datorsdemonstrationer där så är lämpligt. En del svåra begrepp kan därför redan vid introduktionen illustreras konkret på ett sätt som kan vara svårt utan datorhjälp.

Man har vidare gjort en omfattande undersökning av sambanden mellan gymnasiebetyg, resultat på förkunskapstestet och resultat på provet i den analyskurs, som inleder utbildningen. Resultaten har diskuterats med lärare i gymnasieskolan och har skickats in till högskoleverket.

Kontaktperson: Stefan Diehl (Stefan.Diehl@te.mah.se).

### 3.16 Mitthögskolan

- Matematik med dator, 3p

Kursen ges under den treåriga ingenjörsutbildningens första år. Den är på 3 poäng och syftet är att förstärka begreppsbildningen. Den första 2 poängen ges efter den inledande 5-poängskursen i matematik. Den startar efter det ordinarie tentamenstillfället och avslutas innan omtentamen. På det sättet får de studenter som misslyckats vid första tentamenstillfället möjligheter att bättre förstå de grundläggande begreppen. Den resterande poängen ges på motsvarande sätt efter den andra 5-poängskursen.

Examinationen sker genom inlämningsuppgifter och programvaran är Maple i Sundsvall, Mathcad i Härnösand och Mathematica i Östersund.

Ytterligare information kan fås av

Klas Forsman (klas@fmi.mh.se), Sam Lodin, (Sam.Lodin@fmi.mh.se),

Per Åhag (Per.Ahag@fmi.mh.se), Rolf Rönngren (Rolf.Ronngren@tnv.mh.se) och Mikael Torenfält (Mikael.Torenfalt@ter.mh.se).

- En kurs i Diskret matematik (10p) som kan läsas både på distans och som traditionell programkurs.

Grundtanken i kursen är "Flexible learning" med hjälp av modern teknik. Förkunskaperna är Matematik C från gymnasiet. Kursen är obligatorisk på det program som kallas Informationsteknologiutbildning 120/160p.

Förutom klassiska sammandrag används First Class och aktiviteten där har varit stor. Kursen har också en hemsida. I kursen används ett stort antal (ca 20) inlämningsuppgifter och godkända inlämningsuppgifter ger bonus på tentamen.

Man avser att med hjälp av erfarenheterna från denna kurs utveckla andra kurser i samma riktning t ex preparandkursen och någon av de inledande A-kurserna.

Kursen är utvecklad inom Distansuniversitetet.

Ytterligare information kan fås av

Johan Thorbiörnsson (Johan.Thorbiornsson@fmi.mh.se),

Jan Nordin (Jan.Nordin@fmi.mh.se) och

Staffan Nyström (Staffan.Nystrom@tnv.mh.se).

- Attitydförändring som pedagogiskt redskap  
Några kurser har prövat sinsemellan besläktade metoder. Det gemensamma syftet är att öka studenternas förmåga till självständigt arbete och att förbättra deras kommunikationsfärdigheter.

En A-kurs i Diskret matematik startar med ett antal problem. Studenterna arbetar i grupper om 4-6 personer och väljer själva ur en bank på 16 problem, som är hämtade

från "vardagslivet". Redan från början fästes mycket stor vikt vid förklaringar och resonemang. Parallellt med vanlig undervisning görs sedan ett antal inlämningsuppgifter och en större uppgift redovisas muntligt vid tavlan. Kursen avslutas med ett skriftligt prov.

En B-kurs i Diskret matematik är upplagd ungefär på samma sätt. Problemen hämtas dels från vardagen och dels från datalogi.

I en kurs i Analytiska funktioner används tre olika examinationsformer: Inlämningsuppgifter, vanlig skriftlig tentamen och muntlig tentamen. Den muntliga tentamen syftar mindre till att kontrollera om studenterna kan bevisa enskilda sätser och mer till att kontrollera om studenterna förstått sammanhangen mellan sätserna. Undervisningen består av diskussioner kring kursen och som underlag finns kommentarer till boken. Man önskar överföra idéerna på andra kurser bl a A-kurserna.

Ytterligare information kan fås av  
Jörgen Boo (Jorgen.Boo@fmi.mh.se),  
Sarah Norell (Sarah.Norell@fmi.mh.se) och  
Vincent Moulton (Vincent.Moulton@fmi.mh.se).

- Mathematica i en inledande kurs på ingenjörsutbildningen.  
Höstterminen 1996 användes programvaran Mathematica systematiskt på en av de inledande kurserna i matematik på ingenjörsutbildningen. En beskrivning och utvärdering av verksamheten finns i rapporten  
Roger Andersson, Magnus Carlehed, Mikael Torenfält, *Mathematica - I kursen Matematik A5 på ingenjörsutbildningen*. Pedagogisk forskning och förnyelse. 1997:2. Mitthögskolan.

Ytterligare information kan fås av Mikael Torenfält  
(Mikael.Torenfalt@ter.mh.se).

### 3.17 Mälardalens högskola

Ett större projekt "Matematikutbildning med studentansvar" har genomförts. Projektet som riktat sig till ca 600 studenter på första året inom ingenjörsutbildningen, har till största delen finansierats av Grundutbildningsrådet. Projektet karakteriseras av följande:

- Inga föreläsningar
- Innehållet struktureras relativt hårt och studenterna arbetar i smågrupper. Arbetet äger rum i schemalagda lokaler. En lärare handleder ett antal smågrupper.
- Kontinuerlig examination genom inlämningsuppgifter.
- En viss form av muntlig examination.

- Ett avslutande prov, skriftligt eller muntligt.
- Handledarcirklar.

Projektet har haft stöd från den enhet för pedagogisk utveckling som finns vid högskolan.

Projektet finns utförligt redovisat i

Tomas Larfeldt, Ulla Axner, *Matematikprojektet vid Mälardalens Högskola 1995-1997. Matematik med ökat studentansvar och ny lärarroll*. Mälardalens Högskola. Institutionen för matematik och fysik. 1998.

Dokumentation finns även på en video.

Metoderna används nu i den reguljära undervisningen. De har också tillämpats inom civilingenjörsutbildningen och dessa erfarenheter finns dokumenterade i

Tomas Larfeldt, *The Mathematics Project at Mälardalen University extended to a Civil-Engineering Program 1998*.

Vid Mälardalens högskola ges varje termin en seminarieriserie där olika pedagogiska frågor inom matematikundervisningen diskuteras.

Kontaktperson: Tomas Larfeldt (tomas.larfeldt@mdh.se).

### 3.18 Umeå Universitet

För att bättre kunna möta studenterna när de börjar sina matematikstudier har man utarbetat ett *förkunskapsprov*. Förarbetet har varit omfattande och har bl a bestått av

- Studier av befintlig gymnasielitteratur
- Genomgång av aktuella kursplaner
- Kartläggning av de kunskaper och färdigheter i gymnasiekurser som är av särskild relevans för högskolestudier
- Diskussioner med gymnasielärare som fått möjligheter att lägga synpunkter på provets utformning
- Diskussioner med den matematikdidaktiska gruppen som finns i Umeå.

Provet består av fyra delar och de behandlar gymnasiets A-B kurser, C-D-kurser respektive E-kurs samt en del som testar problemlösningsförmåga. Provet användes höstterminen 1998 av Högskoleverket för att på det nationella planet testa studenterna förkunskaper.

Vid Matematiska institutionen i Umeå rättades proven av lärarna på de inledande matematikkurserna och kunskapen om resultaten utnyttjas för att lägga undervisningen på rätt nivå.

Kontaktperson: Per Bylund (Per.Bylund@math.umu.se).

### 3.19 Uppsala universitet

Läsåret 1997-98 inleddes det s k BOM-projektet (BOM = Besparingar och Omfördelning vid Matematiska institutionen) vid Matematiska institutionen vid Uppsala universitet för att med minskade resurser ändra undervisningsformerna med syfte att åstadkomma mer "studerande" och mindre "undervisande" i första hand på ingenjers- och civilingenjersutbildningarna. De mest omfattande ändringarna har varit följande:

- På ingenjersprogrammet inleddes grupparbeten på samtliga matematikkurser, med olika variationer (se exempel nedan)
- På civilingenjersprogrammen gjordes ytterligare försök att få in Maple-laborationer som ett naturligt inslag i kurserna på ett initiativ av några studenter. Resultatet blev en laboration per kurs i samtliga förstaårskurser förutom kursen Ordinära differentialekvationer. (Se nedan.)

Kontaktperson: Elisabet Andresdottir (elisabet@math.uu.se).

Exempel på redan vidtagna åtgärder är följande:

- Handlett grupparbete.

Förändringar av undervisningen på de grundläggande kurserna inom de treåriga ingenjersprogrammen infördes höstterminen 1997. Föreläsningarna gavs som förut, men lektionsundervisningen lades om. De traditionella lektionerna i 30-grupper ersattes av en form av grupsamarbete, fyra studenter per grupp. Målsättningen var att studenterna med hjälp av en skriftlig studiehandledning själva skulle arbeta sig igenom kursen. Arbetsgrupperna lottades. Varje arbetspass omfattade två timmar och en lärare handledde samtidigt två 30-grupper. På det sättet minskade lärarkostnaderna samtidigt som studenterna fick fler lärarledda lektioner. Lärarrollen blev mycket förändrad. Lösningarna redovisades muntligt och redovisningen var en del av examinationen. Varje kurs avslutades som vanligt med ett skriftligt prov. Erfarenheterna var i stort sett mycket positiva, studenternas engagemang ökade, närvaron var hög och fler studenter än tidigare klarade det skriftliga provet.

Mer information fås av Margareta Oldgren (Margareta.Oldgren@math.uu.se eller abi.el.margareta@ebox.tninet.se).

- En datorlab på varje kurs  
Läsåret 1994-95 producerades med stöd från Grundutbildningsrådet ett stort antal Maple-övningar till kursen Envariabelanalys för två civilingenjersprogram. De första åren var studenterna positiva men under senare år har omdömena blivit mer negativa. Studenterna har ansett att det fått lägga ner alltför mycket tid på syntaxen och att det matematiska innehållet kommit i bakgrunden. Vårterminen 1998 föreslog en arbetsgrupp införandet av matematiklaborationer där matematiken skulle komma i förgrunden. Det bedömdes som lämpligt att ha en och endast en laboration i var och en av kurserna Envariabelanalys, Grundläggande algebra och Linjär algebra. Resultatet av arbetet blev bl a

- ett material som skall ge studenterna så mycket stöd som möjligt
- ett antal enkla övningar som studenterna måste lösa som förberedelse för de schemalagda datorövningarna
- hjälpfiler till Maple.

Mer information fås av Leif Abrahamsson (leif.abrahamsson@math.uu.se) eller Håkan Sollervall (soller@math.uu.se).

### 3.20 Växjö universitet

Vid Växjö universitet har genomförts två större projekt som båda finansierats av Grundutbildningsrådet, ”Matematiken i de nya ingenjörsutbildningarna” (1991-93) och ”Nya examinationsformer för stärka studenternas kreativitet och kommunikationsförmåga i matematik och datalogi” (1995/96). Projekten har redovisats i följande rapporter:

Anders Tengstrand, *Matematiken i de nya ingenjörsutbildningarna*. Institutionen för matematik, statistik och datavetenskap. Högskolan i Växjö. 1993

Mathias Hedenborg och Anders Tengstrand, *Nya examinationsformer för att stärka studenternas kreativitet och kommunikationsförmåga i matematik och datalogi*. Institutionen för matematik, statistik och datavetenskap, Högskolan i Växjö, 1997.

(Internetadress <http://www.masda.hv.se/~heden/assm-proj/>)

I den senare rapporten finns ett förkunskapsprov som är testat på gymnasieelever samt ett repetitionsmaterial.

En prototyp för hur man kan använda multimedia för att illustrera matematiska begrepp utarbetades under det andra projektet och finns tillgänglig på Internet under adressen <http://www.masda.hv.se/multimedia/analys/>

De metoder som beskrivits i rapporterna används i något modifierad form i reguljär undervisning. Arbetet bedrivs för närvarande på följande sätt:

- Antalet föreläsningar är starkt begränsat. I föreläsningarna introduceras översiktligt stoffet för en arbetsvecka. Undervisningen sker huvudsakligen i grupper om 30 personer.
- En stor del av studenternas arbete sker i smågrupper (3-5 personer).
- En del av examinationen görs med inlämningsuppgifter. Arbetet sker i smågrupper och kraven på skriftlig och muntlig rapportering är relativt hårda. En av uppgifterna är mer krävande och rapporteras muntligt inför kamrater plus en panel av lärare som inte undervisar på kursen och ibland hämtas från andra ämnen.
- Varje rapport, som en arbetsgrupp lämnar in, granskas av en annan grupp. Kommentarer lämnas skriftligt och muntligt.
- Det ställs vissa krav på aktivitet på räkneövningar.

Under senare år har försök gjorts med fysiklaborationer i matematik. Syftet är att ge konkreta illustrationer av matematiska begrepp. Försöken bygger på ett samarbete mellan lärare i fysik, elektroteknik och matematik.

Kontaktperson: Anders Tengstrand (Anders.Tengstrand@masda.vxu.se).